
Géophysique appliquée II
GLQ 3202

**Méthodes électriques, électromagnétiques et
sismiques**

Notes de cours

Michel Chouteau
Bernard Giroux

École Polytechnique
Été 2005

Table des matières

Table des figures	v
Liste des tableaux	ix
I Les méthodes électriques de prospection	1
1 Introduction	3
2 La polarisation spontanée	5
2.1 Les sources naturelles du potentiel électrique	5
2.1.1 Potentiel électrocinétique	5
2.1.2 Potentiel de diffusion	5
2.1.3 Potentiel de Nernst (<i>shale potential</i>)	5
2.1.4 Potentiel de contact électrolytique	6
2.1.5 Autres sources	6
2.2 Le potentiel de minéralisation	6
2.2.1 Mécanisme supposé de la P.S.	7
2.3 La P.S. comme méthode de prospection	7
2.3.1 Prise des mesures	8
2.4 Interprétation des résultats	8
2.5 Désavantages de la méthode	8
2.6 En conclusion	10
3 Les méthodes à conduction de courant DC	11
3.1 Notion de résistivité électrique	11
3.2 Résistivité des roches et des minéraux	12
3.2.1 Résistivité de quelques minéraux	13
3.3 Distribution du potentiel électrique dans les sols	14

3.3.1	Milieu infini, homogène et isotrope	14
3.3.2	Une seule électrode à la surface	15
3.3.3	Deux électrodes à la surface	16
3.3.4	Lignes d'électrodes à la surface	16
3.4	Distribution du courant électrique dans les sols	17
3.5	Effet des hétérogénéité dans le sol sur le potentiel électrique	22
3.5.1	Distorsion du courant à l'interface d'un plan	22
3.5.2	Distorsion du potentiel à l'interface d'un plan	23
3.6	L'exploration verticale du sol : les sondages	26
3.6.1	Généralités	26
3.6.2	Principe	27
3.6.3	Interprétation des courbes de sondage	27
3.6.4	Lois de similitude	28
3.6.5	Interprétation des sondages électriques par les abaques	29
3.6.6	Principe d'équivalence	31
3.6.7	Phénomène des à-coup de prise	33
3.7	L'exploration horizontale du sol : les traînés électriques	34
3.8	Les configurations d'électrode	35
3.8.1	Types de configuration d'électrodes	35
3.9	Autres applications pratiques	38
3.9.1	Les lignes équipotentielles	38
3.9.2	Mise-à-la-masse	39
4	La polarisation provoquée	41
4.1	Origine et propriétés de la P.P.	41
4.1.1	Potentiel d'électrode	41
4.1.2	Potentiel de membrane	42
4.1.3	Minéraux donnant des effets P.P.	43
4.2	Circuit électrique équivalent	44
4.3	Étude de la courbe de décharge	44
4.3.1	Concept de chargeabilité	44
4.4	Mesure de la P.P. dans le domaine du temps	46
4.5	Mesure de la P.P. dans le domaine de fréquences	47
4.6	Relation entre la chargeabilité et l'effet de fréquence	47
4.7	Le facteur métal	49
4.8	La P.P. multi-fréquentielle	49

4.9	Interprétation des données P.P.	50
4.9.1	Présentation des données	50
4.9.2	Réponses types	51
4.9.3	Interprétation semi-quantitative	51
4.10	Équipement	54
4.10.1	Sources de courant	54
4.10.2	Électrodes et câblage	61
5	Les mesures en forage (diagraphies)	63
5.1	Résistivité en forage	63
5.1.1	Applications	64
II	Les méthodes électromagnétiques	71
6	La prospection électromagnétique	73
6.1	Introduction	73
6.2	L'induction électromagnétique	74
6.2.1	Généralités	74
6.2.2	Les principes de l'induction électromagnétique	75
6.2.3	Classement des conducteurs	79
6.2.4	Le champ magnétique résultant (polarisation elliptique)	80
6.3	Les équations de Maxwell	82
6.3.1	L'effet de peau	82
6.3.2	Les lois de similitude et les modèles réduits	83
6.4	Le champ primaire	85
6.4.1	Introduction	85
6.4.2	La loi de Biot-Savart	85
6.4.3	Les émetteurs	86
6.5	Les méthodes de prospection électromagnétique	90
6.5.1	Classification	90
6.5.2	Les méthodes de la catégorie U	91
6.5.3	Les méthodes de la catégorie D	94
III	Les méthodes sismiques	99
7	Les méthodes sismiques	101

7.1	Introduction	101
7.1.1	Historique	101
7.2	Théorie	101
7.2.1	Caractéristiques élastiques des solides	102
7.2.2	Les ondes, leurs propriétés et leur propagation	107
7.3	Interprétation	116
7.3.1	Définitions	116
7.3.2	Sismique réfraction	116
7.3.3	Sismique réflexion	131
7.4	Mise en oeuvre	131
7.4.1	Sismique réfraction	131
7.4.2	Détecteurs	131
7.4.3	Sources	133
	Références	134
	A Résistivités de différents minéraux et roches	137
	B Propriétés utiles en sismique	143
	Index	147

Table des figures

2.1	La P.S. dans la pyrite selon Sato et Mooney (1960).	7
2.2	Exemple type d'une anomalie P.S. au dessus de sulfures massifs	9
2.3	Le phénomène de P.S. en surface et en profondeur.	9
2.4	Anomalie P.S. déplacée par un effet topographique.	10
3.1	Mesure de la résistivité en laboratoire.	11
3.2	Potentiel généré par l'injection de courant dans un milieu infini	14
3.3	Potentiel généré par l'injection de courant dans un demi-espace homogène et isotrope.	16
3.4	Dispositif à quatre électrodes en surface.	16
3.5	Mesure du potentiel avec des lignes de courant en surface.	18
3.6	Distribution du potentiel	18
3.7	Dispositif d'injection à deux électrodes.	19
3.8	Densité de courant	20
3.9	Fraction du courant circulant sous z pour un écartement L .	21
3.10	Lignes de courant et équipotentielles	21
3.12	Pénétration du courant électrique dans un sol tabulaire.	22
3.11	Distorsion du courant à une interface plane où $\rho_1 < \rho_2$.	22
3.13	Analogie entre les images optique et électrique.	23
3.14	Distorsion du potentiel à l'interface d'un plan.	24
3.15	Méthode des images pour un sol à deux couches.	25
3.16	Illustration du principe de mise en oeuvre d'un sondage.	27
3.17	Illustration du principe de similitude.	28
3.18	Illustration du principe d'équivalence - 1	31
3.19	Illustration du principe d'équivalence - 2	31
3.20	Sol tabulaire.	32
3.21	Courant perpendiculaire à la stratification.	32
3.22	Courant parallèle à la stratification.	32

3.23	Embrayage permettant d'identifier la présence d'à-coup de prise.	34
3.24	Courbe de résistivité présentant un à-coup de prise.	34
3.25	Illustration du principe de mise en oeuvre d'un profil.	34
3.26	Construction d'une pseudo-section.	35
3.27	Configuration à deux électrodes.	36
3.28	Configuration pôle-dipôle pulsé.	36
3.29	Configuration pôle-dipôle en fréquence.	36
3.30	Configuration à trois électrodes.	37
3.31	Configuration de Wenner.	37
3.32	Configuration de Schlumberger.	37
3.33	Configuration dipôle-dipôle.	38
3.34	Équipotentielles produites par une électrode ponctuelle.	39
4.1	Génération de l'effet P.P. en présence de particules métalliques.	42
4.2	Génération du potentiel de membrane.	43
4.3	Génération du potentiel de membrane par une double couche.	43
4.4	Circuit électrique équivalent à l'effet P.P.	44
4.5	Réduction de l'intensité du courant en présence de polarisation.	45
4.6	Courbe de décharge.	46
4.7	Courbe de décharge.	47
4.8	Effet de la fréquence sur la résistivité apparente.	48
4.9	Modèle Cole-Cole.	50
4.10	Influence de la chargeabilité sur l'impédance complexe (modèle Cole-Cole).	51
4.11	Signatures spectrales de l'effet P.P.	52
4.12	Signatures spectrales de l'effet P.P.	53
4.13	Chargeabilité et constante τ de différents dépôts de porphyre.	54
4.14	Chargeabilité et constante τ de différents dépôts de sulfures et graphite.	54
4.15	Effet topo	55
4.16	Dyke vertical sous une crête	56
4.17	Dyke vertical sous une vallée	57
4.18	Effet de la profondeur du corps	58
4.19	Effet de la profondeur du corps	59
4.20	Effet du mort-terrain	60
4.21	Chargeabilité vs ρ_a	61
5.1	Configuration normale.	63

5.2	Configuration sonde latérale.	64
5.3	Sonde latérale - couche plus résistante que les formations adjacentes.	65
5.4	Sonde latérale - couche moins résistante que les formations adjacentes.	66
5.5	Sonde normale - couche plus résistante que les formations adjacentes.	67
5.6	Sonde normale - couche moins résistante que les formations adjacentes.	68
5.7	Trois type de configurations et réponses associées pour des lits plus résistants que les formations adjacentes.	
5.8	Distribution radiale de la résistivité autour d'un forage.	69
5.9	Levé périphérique.	70
5.10	Levé directionnel.	70
5.11	Levé de polarisation provoquée – résistivité en forage sur la propriété New Pascalis (Cambior).	70
6.1	Représentation schématique de la prospection électromagnétique.	74
6.2	Induction électromagnétique. A) Vue en perspective. B) Vue suivant la coupe A-B.	75
6.3	Modèle simple de la boucle conductrice.	75
6.4	Relation de phase.	77
6.5	Relation du déphasage et de l'amplitude du champ secondaire en fonction du paramètre d'induction α	78
6.6	Variation de l'amplitude des deux composantes phasorielles P et Q du champ magnétique secondaire en fonction de α	
6.7	Diagramme d'Argand pour un conducteur idéal.	79
6.8	Représentation du phénomène de polarisation d'un champ quelconque et de l'ellipse de polarisation qui en résulte.	
6.9	Ellipse de polarisation.	81
6.10	Ellipse de polarisation pour l'exemple 6.1.	81
6.11	Calcul du champ magnétique à un point P , produit par une source filiforme de longueur dl parcouru par un courant I	
6.12	Émetteur en forme de fil.	86
6.13	Fil en section.	87
6.14	Variation des composante Z et Y selon $z = h, x = 0$	88
6.15	Éléments géométriques illustrant un émetteur rectangulaire.	88
6.16	Émetteur dipolaire.	89
6.17	Excitation uniforme.	90
6.18	Excitation par un champ dipolaire. A) Distribution du courant induit. B) Position du champ primaire par rapport au dipôle.	
6.19	Représentation schématique du modèle de la feuille mince.	92
6.20	Champs secondaires selon x et z	93
6.21	???.	93
6.22	Dispositif pour la méthode EMH.	94
6.23	Équipement pour la méthode EMH.	95
6.24	Principe de fonctionnement du EMH.	95
6.25	Calibration du récepteur. Le système est calibré de façon à annuler H_{p1} , et à ce que la réponse soit H_s	96

6.26	Illustration de l'effet de la position du dispositif de mesure par rapport au conducteur. a) Aucun couplage entre le	
6.27	Effet du pendage sur la réponse EMH.	97
6.28	Abaque d'interprétation EMH.	98
7.1	Force ΔF agissant sur un élément de surface ΔA	103
7.2	Distances utilisées pour définir une déformation linéaire.	103
7.3	Déformations en cisaillement : a) cisaillement pur b) cisaillement et rotation	105
7.4	Déformation parallèle.	106
7.5	Onde P dans selon x causant une déformation élastique sur un élément de tige.	107
7.6	Propagation d'une déformation.	109
7.7	Étalement sphérique d'une onde de compression dans un plan passant par la source au centre des sphères en expansion	
7.8	Ondes P et S.	110
7.9	Onde de Rayleigh.	111
7.10	Onde de Love.	112
7.11	Réflexion à une interface.	114
7.12	Réfraction à une interface.	115
7.13	Réfraction pour un terrain à deux couches.	117
7.14	Deux terrains séparés par un plan incliné.	118
7.15	Représentation schématique des rais sismiques, pour un cas trois terrains horizontaux.	120
7.16	Réfraction au dessus d'un terrain irrégulier.	122
7.17	Modèle final de l'exemple de la section 7.3.2.6.	125
7.18	Dromochroniques illustrant l'effet de l'épaisseur de la deuxième couche.	126
7.19	Correction pour la profondeur de tir.	127
7.20	Correction topographique pour un plan de référence passant dans le terrain de vitesse v_1 .	127
7.21	Représentation schématique du trajet normal et du trajet inverse, pour le calcul de l'épaisseur par la méthode des	
7.22	Dromochroniques pour un cas deux terrains, dont le toit du second présente une surface irrégulière.	130
7.23	Illustration de l'information apportée par un tir éloigné.	132
B.1	Exemples de vitesse sismique et de densité.	144
B.2	Ordre de grandeur du coefficient de Poisson.	144
B.3	Ordre de grandeur du coefficient de Poisson en fonction de la vitesse sismique.	145
B.4	Relation entre ribabilité et vitesse sismique.	146

Liste des tableaux

1.1	Total des dépenses mondiales en géophysique	3
3.1	Valeurs à utiliser avec la formule d'Archie	13
3.2	Les quatre type de courbe de sondage pour des terrains à trois couches	30
4.1	Règles de pouce en interprétation P.P.	54
A.1	Résistivités de différentes roches en fonction de la teneur en eau	138
A.2	Résistivités de différents minerais	139
A.3	Résistivités de différentes roches	140
A.4	Résistivités de différents minéraux	141

Première partie

**Les méthodes électriques de
prospection**

1 Introduction

Le géophysicien s'intéresse aux propriétés électriques des sols et roches car, comme par exemple la densité ou la susceptibilité magnétique, elles permettent de caractériser et d'imager le sous-sol. Les propriétés électriques peuvent être mesurées de plusieurs façons. Les trois propriétés fondamentales sont :

1. l'activité électrochimique : base de la polarisation spontanée (P.S.) ;
2. la résistivité : facilité avec laquelle on peut faire passer un courant électrique dans la roche ;
3. la constante diélectrique : capacité des roches à emmagasiner de l'énergie et à la restituer ; à la base de la polarisation provoquée (P.P.).

La mesure de ces propriétés permet d'atteindre une très vaste échelle de profondeurs d'investigation (Sondages DC : quelque mètres - Magnétotellurique : 20 à 100 km). Elles peuvent également permettre de faire ressortir des structures invisibles à d'autres méthodes (par exemple la table d'eau est très souvent mieux définie par les méthodes électriques).

Ces trois propriétés sont à la base des méthodes électriques présentées dans ce cours. On retrouve cette matière dans Telford *et al.* (1990) aux chapitres 5, 6, 8 et 9, et dans Keary et Brooks (1991) au chapitre 8. Le dénominateur commun aux méthodes présentées dans ce chapitre est qu'on mesure un potentiel électrique. Par ailleurs, les mêmes propriétés seront utiles en prospection *électromagnétique* (EM) (méthodes présentées à la suite de cette partie). C'est la façon dont les courants électriques sont générés qui fait la différence fondamentale entre les méthodes DC et EM.

Tableau 1.1: Total des dépenses mondiales par type de levé et d'application pour 1987 (en milliers de dollars U.S.)

Type	Terrestre	Transition zone ???	Marin	Aéroporté	En forage	Total
Exploration pétrolière	809,394	10,091	541,053	13,405	1,504	1,375,447
Développement	20,161	25	9,657	32	294	30,169
Exploration minérale	13,076		62	13,705	58	26,901
Environnement	443			92	91	626
Génie	2,100		8,580		235	10,914
Géothermie	1,095				30	1,125
Hydrogéologie	1,505				283	1,788
Océanographie			1,458	300		1,758
Recherche	3,217		6,190	802	184	10,393
Total	850,990	10,116	556,999	28,336	2,679	1,459,120

2 La polarisation spontanée

Par *polarisation spontanée*, on entend deux choses. D'abord on peut parler du phénomène physique comme tel, à savoir la génération de potentiels électriques dans les sols sans influence humaine. On utilise également cette expression pour désigner la méthode de prospection basée sur la mesure du phénomène. La polarisation spontanée est causée par l'activité électrochimique ou mécanique, soient (1) altération des sulfures ; (2) variation de la composition des roches aux contacts géologiques ; (3) activité bioélectrique du matériel organique ; (4) corrosion ; et (5) gradients thermiques et pression dans les fluides souterrains.

2.1 Les sources naturelles du potentiel électrique

2.1.1 Potentiel électrocinétique

Ce potentiel est observé lorsqu'une solution de résistivité ρ et de viscosité η traverse un matériau poreux. Ce phénomène a une origine mécanique ; il se produit généralement sous l'influence de la gravité. Sa valeur est donnée par

$$E_k = -\phi \frac{\Delta P \epsilon \rho}{4\pi \eta} \quad (\text{mV}) \quad (2.1)$$

avec ϕ étant le potentiel d'adsorption de l'interface solide-liquide ; ΔP étant différence de pression ; et ϵ étant constante diélectrique de la solution.

Ce potentiel est généralement d'effet négligeable, sauf lorsque la topographie a une incidence marquée sur la conduction hydraulique de l'eau d'imbibition, ou que la végétation agit suffisamment sur le drainage de l'eau souterraine.

2.1.2 Potentiel de diffusion

Ce potentiel est dû à la différence de mobilité des ions dans une solution de concentration variable. L'équilibre ne peut se faire également de part et d'autre et un ΔV est généré. Il est de nature chimique. Pour NaCl à 25°C

$$E_d = -11.6 \log(C_1/C_2) \quad (\text{mV}) \quad (2.2)$$

Ce potentiel dépend de la température.

2.1.3 Potentiel de Nernst (shale potential)

Lorsque deux électrodes métalliques sont immergées dans une solution dont la concentration est différente pour les deux électrodes, il y a un ΔV de créé. Il s'agit d'un phénomène chimique.

$$E_s = -59.1 \log(C_1/C_2) \quad (\text{mV}) \quad (2.3)$$

à 25°C.

La combinaison des potentiels de diffusion et de Nernst définit le *potentiel de membrane*. Pour NaCl à $T^\circ\text{C}$, il a pour valeur :

$$E_c = -70.7 \frac{T + 273}{273} \log(C_1/C_2) \quad (\text{mV}) \quad (2.4)$$

Si par exemple $C_1/C_2 = 5$ et $T = 25$, on a une valeur de E_c de 50 mV, ce qui est une valeur significative et mesurable.

2.1.4 Potentiel de contact électrolytique

On observe le potentiel de contact lorsque deux électrodes de métaux différents sont introduites dans une solution électrolytique.

Lorsque les conditions sont rencontrées, la combinaison des trois derniers potentiels (diffusion, Nernst et contact regroupés sous l'appellation *potentiels de minéralisation*, voir la section 2.2) permet de générer des anomalies souvent bien distinctes du bruit de fond et *associées à des métaux*. On peut alors détecter la présence de gisements métallifères dans le sous-sol, par la seule mesure de ΔV à la surface.

2.1.5 Autres sources

Les variations de température ont un effet analogue au potentiel de diffusion, mais sont d'un effet mineur. La corrosion métallique (tuyaux, câbles, carcasses métalliques) produit des ΔV locaux. Les courants telluriques génèrent également des potentiels mesurables. Ces courants sont dus à l'induction de l'ionosphère, explosion nucléaire, tempêtes électriques. Finalement, un effet bioélectrique est observé à la frontière entre une clairière et la forêt. Dans ce cas, les racines des arbres drainent l'eau souterraine et génèrent ainsi un ΔV pouvant être confondu avec ceux produits par les sulfures (de l'ordre de quelques centaines de mV). Le potentiel est négatif du côté du boisé.

2.2 Le potentiel de minéralisation

Le potentiel de minéralisation est associé avec les sulfures métalliques, le graphite et certains oxydes métalliques telle que la magnétite. L'anomalie se produisant le plus souvent au dessus des sulfures métalliques (pyrite, chalcopyrite, pyrrhotite, sphalérite, galène, graphite) et présente une anomalie variant de quelques mV à 1 V, 200 mV étant considéré comme une bonne anomalie. Les potentiels observés sont toujours (ou presque) négatifs. Ces potentiels sont relativement stables dans le temps (à part les telluriques).

On doit bien distinguer le potentiel de minéralisation des bruits de fond dus à toutes les autres causes. L'amplitude de ΔV de chacune de ces causes varie beaucoup mais reste en général inférieure à 100 mV. Puisqu'ils peuvent être aussi bien positifs que négatifs, ils ont tendance s'annuler sur de grandes distances mais à une échelle plus grande, il va exister une régionale. Le bruit le plus inquiétant est dû au phénomène bioélectrique qui peut atteindre 100 mV, qui est reconnaissable si on fait attention.

Peut-on s'en servir comme méthode d'exploration ? Considérant qu'on peut avoir des ΔV allant jusqu'à 1 V au dessus de minéralisation et que ces ΔV sont stables dans le temps, la réponse est *oui*.

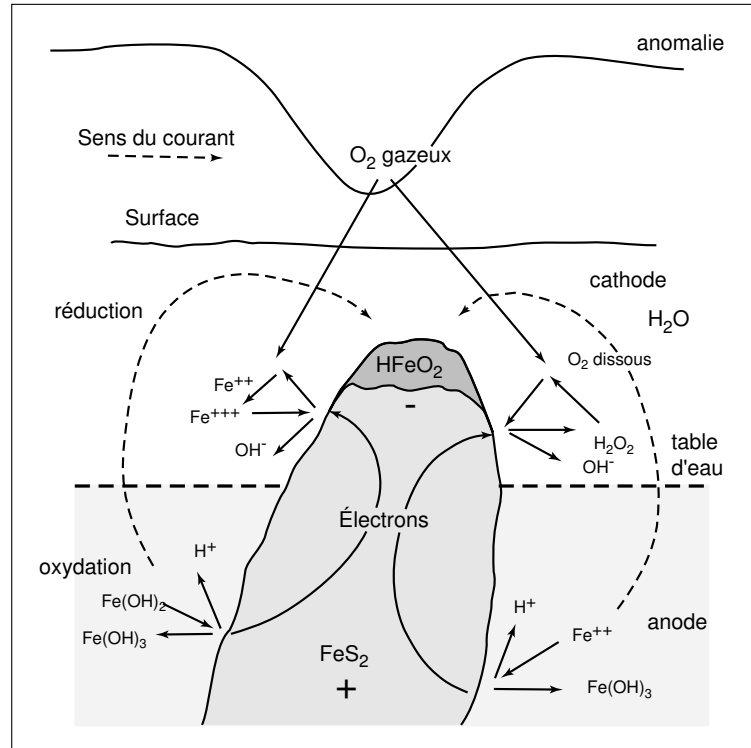


Figure 2.1: La P.S. dans la pyrite selon Sato et Mooney (1960).

2.2.1 Mécanisme supposé de la P.S.

Plusieurs modèles sont proposés mais aucun n'explique entièrement le phénomène. La meilleure théorie est celle de Sato et Mooney (1960). Ces auteurs supposent qu'il s'agit d'un phénomène d'oxydoréduction (voir figure 2.1). Deux réactions chimiques de signes opposés se font de part et d'autre de la nappe phréatique. Au dessus, la tête du gisement agit comme une cathode, il y a une réaction de réduction (gain d'électrons). Au dessous, la base du gisement agit comme une anode où il y a une réaction d'oxydation (perte d'électrons). La zone minéralisée ne sert qu'à transporter les électrons de l'anode vers la cathode.

D'après le modèle de Sato et Mooney, l'anomalie ΔV_{max} pour le graphite est 0,78 V ; 0,73 V pour la pyrite ; et 0,33 V pour la galène.

Ce modèle présente certaines lacunes. On a déjà rencontré des valeurs de 1.5 V au dessus du graphite. La théorie suppose également que la minéralisation est conductrice, or on a des anomalies au dessus de la sphalérite qui n'est pas un bon conducteur.

2.3 La P.S. comme méthode de prospection

Grâce à sa grande simplicité, la P.S. est une très vieille méthode. Un dénommé Robert Fox l'a utilisée en 1830 pour trouver l'extension de dépôts de Cuivre.

Théoriquement, on peut faire des mesures de P.S. avec un équipement aussi simple qu'un voltmètre et deux électrodes. Cependant, afin de s'assurer d'une bonne qualité des données, il faut compter sur un matériel approprié. Le choix des électrodes s'avère de première importance. En effet, la performance des électrodes dépend de leur *polarisation* et de leur *dérive*. La polarisation est le potentiel mesuré entre une paire d'électrode en l'absence d'une source externe, c'est un effet dû uniquement à

l'équipement qui vient donc perturber la mesure. La dérive est la variation dans le temps de la polarisation. On sait par exemple que des électrodes métalliques (acier) sont polarisables. Si on utilise des piquets métalliques, il y a réaction électrochimique pouvant créer des ΔV de l'ordre de ce qu'on veut mesurer. On préférera utiliser des « pots-poreux », plus chers, mais beaucoup moins polarisables. Il s'agit d'une électrode métallique immergée dans une solution sursaturée de son propre sel (Cu dans CuSO_4 ou Zn de ZnSO_4) contenue dans un pot poreux qui permet la diffusion lente de la solution et fait contact avec le sol. Tant que la solution est saturée, il n'y a pas de polarisation.

Par ailleurs, les caractéristiques d'un bon voltmètre sont une haute résolution (1 mV), une dynamique élevée (+/- 10 VDC), une impédance de contact élevée (10-100 M Ω), un filtre de rejet AC et la robustesse nécessaire au travail sur le terrain. La possibilité de mesurer la résistance de contact aux électrodes afin de s'assurer que les connexions sont bonnes est également une caractéristique importante. Également, le câblage doit être isolé par une gaine résistante aux manipulations de terrain. Finalement, comme la résistance de contact aux électrodes est généralement élevée, la résistance des câbles est de seconde importance.

2.3.1 Prise des mesures

On distingue deux façons principales de prendre des mesures : la configuration du gradient et la configuration à base fixe. Pour la configuration du gradient, la paire d'électrodes se déplace simultanément, d'un point de mesure à l'autre. On fait en général des mesures le long d'une ligne pour ainsi obtenir un profil. Plusieurs profils parallèles les uns aux autres permettront de couvrir une surface donnée. Cette méthode présente l'avantage d'être rapide. Les désavantages sont qu'il faut additionner toutes les valeurs pour obtenir ΔV , les erreurs de zéro s'additionnent et il faut veiller à garder toujours la même polarité des électrodes.

La configuration à base fixe consiste à ne déplacer qu'une électrode tout en gardant l'autre fixe. L'électrode mobile est déplacée de façon à couvrir la surface d'investigation. Les avantages sont que la lecture est directe puisque les mesures sont faites avec une même référence, et les erreurs de zéro entre les deux électrodes ne s'accumulent pas. Le désavantage principal est qu'on doit manipuler des fils pouvant être très longs. Actuellement, les systèmes d'acquisition modernes permettent de relier un réseau d'électrodes à l'instrument et d'effectuer rapidement nos mesures.

2.4 Interprétation des résultats

L'interprétation se fait traditionnellement par contours ou par profils, tel qu'illustré à la figure 2.2. L'anomalie est située directement au dessus du corps la générant (figure 2.3), mais peut être déplacée par un effet topographique (figure 2.4). L'interprétation est surtout qualitative. On peut avoir idée du pendage avec le gradient des courbes de contours. La forme du corps anomal est indiquée par la forme des contours.

Par ailleurs, il existe une certaine quantité de courbes types pour des corps de géométries simples (Corwin, 1990). Ces courbes représentent simplement ce qu'on mesurerait en surface, au dessus des corps en question. Ces corps simples sont : la source ponctuelle, la ligne horizontale, la sphère, le cylindre, la « feuille » verticale. On se sert de ces courbes types pour les comparer à nos mesures et ainsi déterminer approximativement la forme et la profondeur du corps générateur de notre anomalie.

2.5 Désavantages de la méthode

La méthode P.S. présente les désavantages suivants. S'il n'y pas de réaction de P.S., on ne détecte rien. L'investigation est limitée en profondeur à moins de 60 m (200'). L'interprétation quantitative

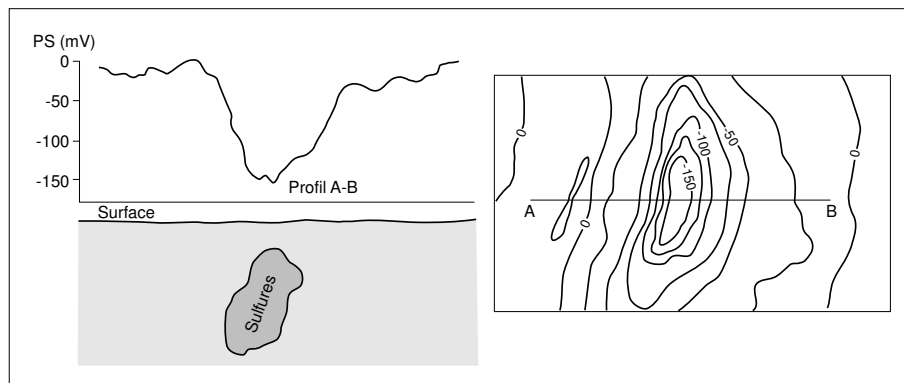


Figure 2.2: Exemple type d'une anomalie P.S. au dessus de sulfures massifs, en profil et en contours.

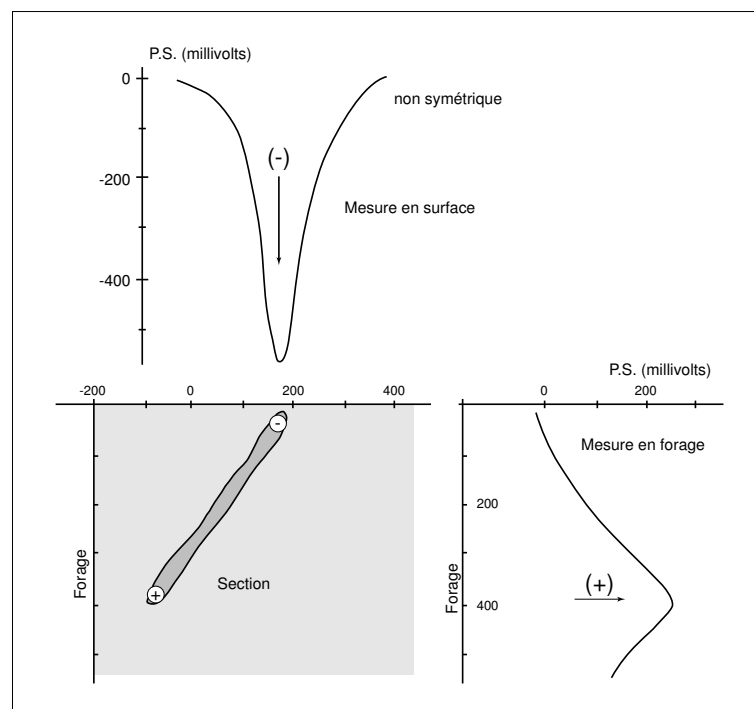


Figure 2.3: Le phénomène de P.S. en surface et en profondeur.

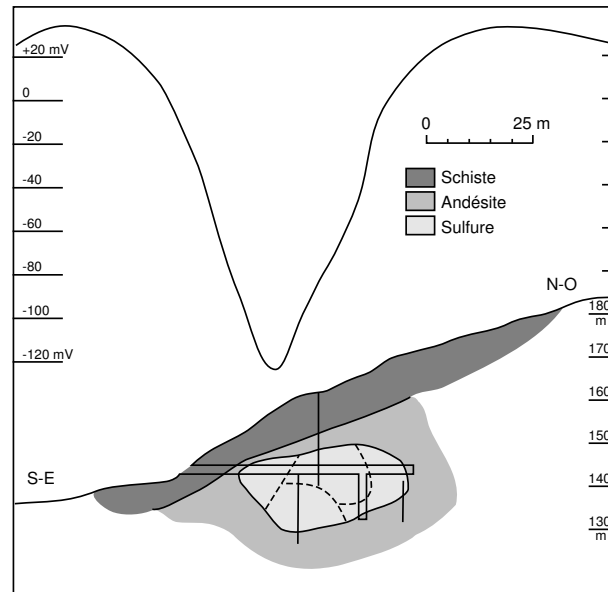


Figure 2.4: Anomalie P.S. déplacée par un effet topographique.

est difficile à réaliser (bien qu'on puisse trouver certains modèles mathématiques pour l'interprétation dans Corwin (1990)).

2.6 En conclusion

La P.S. a rôle mineur en exploration. L'interprétation est difficile due au caractère erratique des anomalies, et le rayon d'investigation est limité. Par contre, elle est rapide, économique, et peut être utilisée en conjonction avec une autre méthode.

3 Les méthodes à conduction de courant DC

Avec cette section, nous abordons une autre famille de méthodes géophysiques. Elles sont basées sur la mesure du potentiel électrique généré par l'injection d'un courant *continu* (DC) dans le sol. Elles se distinguent de la P.S. où on mesure le potentiel généré naturellement, et de la P.P. (chapitre 4) où on injecte un courant *alternatif* (AC).

3.1 Notion de résistivité électrique

La résistance mesure l'opposition au passage d'un courant électrique, et peut permettre de caractériser un matériau. La loi d'Ohm stipule que la résistance électrique est donnée par le quotient du potentiel V appliqué aux bornes d'un matériau par le courant I qui circule, soit

$$R = \frac{V}{I}. \quad (3.1)$$

Cependant, en prospection électrique la notion de résistance n'a pas vraiment de signification puisque si on prend deux échantillons de longueur différente du même matériau, ils n'auront pas la même résistance, tandis que deux échantillons de matériaux différents peuvent présenter la même valeur. Puisque la résistance dépend de la géométrie du corps, on doit se baser sur une propriété qui, tout en caractérisant la facilité laisser passer le courant, est indépendante de la géométrie de l'échantillon choisi. Cette propriété s'appelle la *résistivité électrique* ρ et est reliée à la résistance par

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (3.2)$$

pour un prisme rectangulaire de longueur L et de section A (figure 3.1). L'inverse de la résistivité est appelée la conductivité électrique ($\sigma = 1/\rho$) et ses unités des mho/m ou siemens/m.

Notons que la loi d'Ohm sous la forme exprimée à l'équation (3.1) est une forme simplifiée de la forme générale qui s'écrit

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad (3.3)$$

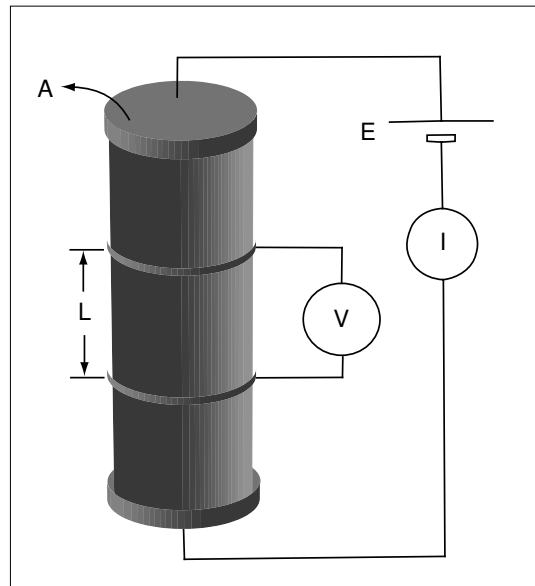


Figure 3.1: Mesure de la résistivité en laboratoire.

où \vec{J} est la densité de courant (courant par unité de surface traversée $\vec{J} = I/A$ (ampères/m²)), et \vec{E} est le champ électrique. Par définition \vec{E} est le gradient du potentiel V (V est une fonction scalaire)

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} = -\vec{E} \quad (3.4)$$

Si on réécrit la loi d'Ohm pour le cylindre de la figure 3.1, on a alors $\vec{E} = V/L$, d'où

$$\begin{aligned} V &= RI \\ \vec{E}L &= R \cdot \vec{J}A \\ \vec{E} &= \underbrace{\frac{RA}{L}}_{\rho} \cdot \vec{J}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

et

$$\rho = \frac{\vec{E}}{\vec{J}} \quad \Omega\text{m}. \quad (3.6)$$

Exemple 3.1 – Calcul de la résistivité d'un échantillon de grès

Soit : $L = 20$ cm

$\phi = 3$ cm

$V = 6$ V

$I = 4.1 \times 10^6$ A

On calcule

$$\begin{aligned} E &= \frac{6 \text{ V}}{0.2 \text{ m}} = 30 \text{ V/m} \\ J &= \frac{4.1 \times 10^{-6} \text{ A}}{\pi \cdot 0.0015^2 \text{ m}^2} = 5.8 \times 10^{-3} \text{ A/m}^2 \\ \rho &= \frac{E}{J} = \frac{30}{5.8 \times 10^{-3}} \frac{\text{V m}^2}{\text{m A}} = 5172 \text{ } \Omega\text{m} \end{aligned}$$

3.2 Résistivité des roches et des minéraux

La résistivité électrique est la propriété physique qui montre les plus forts contrastes en géophysique. Par exemple, l'argent natif présente une résistivité de $1.6 \times 10^{-8} \text{ } \Omega\text{m}$, alors que celle du soufre est de $10^{16} \text{ } \Omega\text{m}$. On a donc 10^{24} ordres de grandeur de différence entre les deux.

On distingue trois grandes classes de conducteurs :

- $10^8 - 1 \text{ } \Omega\text{m}$: bon conducteurs,
- $1 - 10^7 \text{ } \Omega\text{m}$: conducteurs intermédiaires,
- $10^7 - \infty$: faibles conducteurs.

Les variations de résistivité *pour un minéral particulier* sont énormes, et peuvent dépendre des impuretés et des cristaux. En général, dans les roches ignées, la résistivité apparente est élevée. Si la roche est saine, peu fracturée, pas poreuses, peu de fluide y circule et elle sera très résistante. Les fractures diminuent la résistivité.

Dans les sédiments et roches sédimentaires, la résistivité est généralement plus faible. Plus ces roches sont vieilles, tassées et profondes, plus la porosité diminue et la résistivité est élevée. En fait, le facteur déterminant de la résistivité d'un sol est la teneur en eau. La formule d'Archie relie la ρ_a et la teneur en eau. C'est une relation empirique de la forme

$$\rho_a = IF \rho_w = a \rho_w \phi^{-m} S^{-n} \quad (3.7)$$

Tableau 3.1: Valeurs à utiliser avec la formule d'Archie

Description de la roche	a	m
Roche détritique faiblement cimentée, présentant une porosité entre 25 et 45%	0.88	1.37
Roche sédimentaire modérément cimentée, présentant une porosité entre 18 et 35%	0.62	1.72
Roche sédimentaire bien cimentée, présentant une porosité entre 5 et 25%	0.62	1.95
Roche volcanique à porosité élevée, de 20 à 80%	3.5	1.44
Roches à très faible porosité, moins de 4 %	1.4	1.58

où ρ_w est la résistivité de l'eau contenue dans les pores, F est le facteur de formation et est égal à $a\phi^{-m}$ et I est l'index de résistivité et vaut S^{-n} . Le terme m est appelé facteur de cimentation, ϕ est la porosité efficace et S est la saturation. Le terme n vaut approximativement 2. On retrouve au tableau 3.1 les valeurs de a et m à utiliser pour différents types de roche. La résistivité de l'eau fraîche est d'environ $20 \Omega\text{m}$, alors que celle de l'eau de mer est de $0.5 \Omega\text{m}$.

Exemple 3.2 – Calcul de la résistivité par la formule d'Archie

Pour un sable ayant une porosité de 30% saturé d'eau fraîche de résistivité égale à $20 \Omega\text{m}$, la résistivité de la formation sera

$$\rho_a = \frac{1}{1} \frac{a}{0.3^{1.3}} \cdot 20 = 96 \Omega\text{m}$$

Si la formation est saturée d'eau de mer à $0.5 \Omega\text{m}$, alors ρ_a vaut $2.4 \Omega\text{m}$. Si le sable est sec, ρ_a vaut environ $10^3 - 10^4 \Omega\text{m}$.

3.2.1 Résistivité de quelques minéraux

En plus de la liste ci-dessous, on retrouve en annexe A différents tableaux regroupant les valeurs des résistivités de plusieurs roches et minéraux.

- Bons conducteurs (10^6 à $10^2 \Omega\text{m}$)
 - les métaux : $2 \times 10^6 \Omega\text{m}$
or, argent, cuivre.
 - la plupart des sulfures, quelques oxydes : 10^{-3} à $10^2 \Omega\text{m}$
pyrite, chalcopirite, chalcosine, pyrrhotine,
galène, bornite, molybdénite, magnétite, cuprite.
- Conducteurs intermédiaires (10^2 à $10^3 \Omega\text{m}$)
 - la plupart des oxydes, quelques sulfures : 10^3 à $10^8 \Omega\text{m}$
hématite, limonite, serpentine, sphalérite,
stibine, cinabre.
- Faibles conducteurs (10^{10} à $10^{17} \Omega\text{m}$)
 - les minéraux non métalliques : 10^{12} à $10^{17} \Omega\text{m}$
gypse, quartz, sel (NaCl), soufre,
sillicites, phosphates, arborates,
nitrates, sulphates, etc.
- Exception : la graphite
 - graphite pure : $10^3 \Omega\text{m}$
 - graphite dans les schistes : 0.5 à $350 \Omega\text{m}$
 - charbon : 10^4 à $10^7 \Omega\text{m}$
 - huile : 10^{11} à $10^{18} \Omega\text{m}$

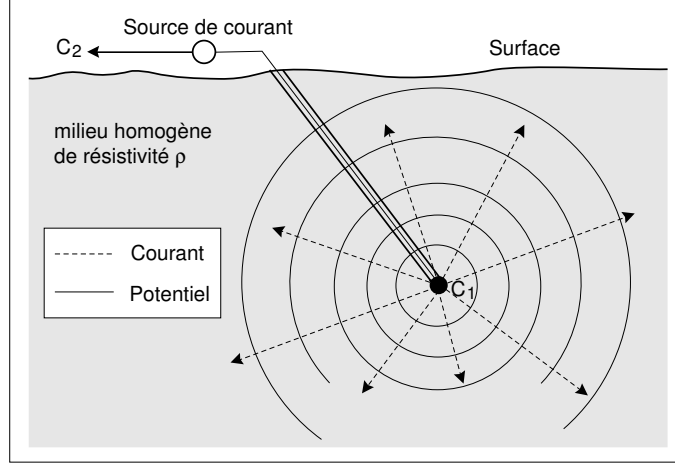


Figure 3.2: Potentiel généré par l'injection de courant dans un milieu infini, homogène et isotrope.

3.3 Distribution du potentiel électrique dans les sols

3.3.1 Milieu infini, homogène et isotrope

Soit une source ponctuelle P émettant un courant I et créant ainsi un potentiel V en un point $M(x, y, z)$ (figure 3.2). Le potentiel V obéit à l'équation de Laplace.

$$\nabla^2 V = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (3.9)$$

Notons que l'expression (3.9) découle de la loi d'Ohm exprimée en fonction du champ électrique \vec{E} et de la densité de courant \vec{J} (équation (3.3)). Sachant que $-\nabla V = \vec{E}$ et qu'il n'y a pas d'accumulation de charge dans le système ($\nabla \cdot \vec{J} = 0$), on peut écrire

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\sigma \vec{E}) &= 0 \\ \nabla \cdot (\sigma \nabla V) &= 0 \\ \nabla \sigma \cdot \nabla V + \sigma \nabla^2 V &= 0. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Puisque la conductivité σ est constante dans le médium, le premier terme de l'équation est nul et il reste $\nabla^2 V = 0$.

Par ailleurs, pour une conductivité σ constante (milieu homogène et isotrope), le laplacien de V est égal à zéro. Parce que tout le système est symétrique, le potentiel n'est fonction que de r , la distance à l'électrode. Sous ces conditions, l'équation de Laplace en coordonnées sphériques se simplifie à

$$\nabla^2 V = \frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dV}{dr} = 0, \quad (3.11)$$

avec $x = r \sin \theta \cos \phi$, $y = r \sin \theta \sin \phi$ et $z = r \cos \theta$. On a alors

$$r^2 \frac{d^2 V}{dr^2} = -\frac{2r}{dr}.$$

Posons $u = \frac{dV}{dr}$, donc

$$\frac{du}{dr} = -\frac{2}{r}u$$

et

$$\frac{du}{u} = -2 \frac{dr}{r}$$

En intégrant, on obtient (A est une constante d'intégration)

$$\ln u = -2 \ln r + \ln A$$

et

$$u = Ar^{-2}$$

et finalement,

$$\frac{dV}{dr} = \frac{A}{r^2}.$$

En intégrant encore,

$$V = -\frac{A}{r} + B \quad (3.12)$$

où A et B sont des constantes d'intégration.

Puisque V est nul si r tend vers l'infini, alors B est égal à zéro. Comment trouver A ? Il suffit de relier le potentiel V au courant I , connu par la loi d'Ohm. Le courant suit un chemin radial provenant de l'électrode. Le courant traversant une surface sphérique ($4\pi r^2$) est donc égal à

$$I = 4\pi r^2 \cdot \vec{J}. \quad (3.13)$$

En utilisant (3.3) et $\vec{E} = -\nabla V = -\frac{dV}{dr} = -\frac{A}{r^2}$, on a $J = -\frac{\sigma A}{r^2}$ et $I = 4\pi r^2 \cdot \frac{-\sigma A}{r^2}$. Ainsi $A = \frac{-I\rho}{4\pi}$, alors

$$V = \frac{I\rho}{4\pi} \frac{1}{r}, \quad (3.14)$$

ou bien $\rho = 4\pi r \frac{V}{I}$. Les équipotentielles sont donc sphériques puisqu'elles ne dépendent que de r .

3.3.2 Une seule électrode à la surface

Il s'agit du cas du demi-espace homogène (figure 3.3). Le potentiel est toujours donné par (3.12). On a, comme auparavant, V nul si r tend vers l'infini, et alors B est toujours égal à zéro. Pour trouver A , on emploie le même stratagème que précédemment, à la différence que la surface est celle d'une demi-sphère ($2\pi r^2$), et

$$I = 2\pi r^2 \cdot \vec{J}.$$

Ainsi, $I = 2\pi r^2 \cdot -\frac{\sigma A}{r^2}$, d'où $A = -\frac{I\rho}{2\pi}$. Dans ce cas

$$V = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{r} \quad (3.15)$$

ou $\rho = \frac{2\pi r V}{I}$.

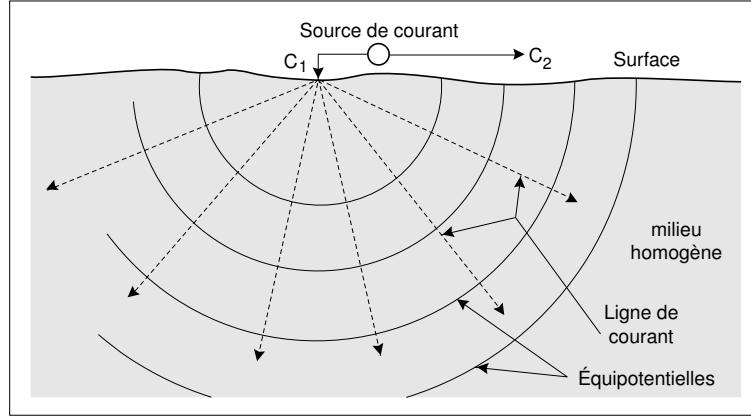


Figure 3.3: Potentiel généré par l'injection de courant dans un demi-espace homogène et isotrope.

3.3.3 Deux électrodes à la surface

Lorsque la distance entre deux électrodes du courant est finie, le potentiel en un point P_1 est affecté par ces deux électrodes (figure 3.4). Le potentiel au point P_1 dû à l'électrode C_1 est

$$V_1 = \frac{I\rho}{2\pi r_1},$$

et le potentiel au point P_1 dû à l'électrode C_2 est

$$V_2 = -\frac{I\rho}{2\pi r_2},$$

puisque le courant qui sort par une électrode est égal au courant qui entre par l'autre électrode, on peut écrire que $I_1 = -I_2$. Le voltage total à P_1 est

$$V_1 + V_2 = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Ainsi, la différence de potentiel ΔV entre deux électrodes de potentiel sera

$$\Delta V = \{(V_1 + V_2) - (V_3 + V_4)\},$$

ou encore

$$\Delta V = \frac{I\rho}{2\pi} \left[\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) \right]. \quad (3.16)$$

3.3.4 Lignes d'électrodes à la surface

Soit une ligne d'électrode de longueur l injectant un courant I dans le sol. Si le contact est bon, le courant est perpendiculaire à la ligne d'électrode et on a peu d'effet de bouts. Les équipotentielles sont alors des demi-cylindres de longueur l et de rayon r . L'équation de Laplace, en coordonnée cylindrique, se simplifie à

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV}{dr} \right) = 0$$

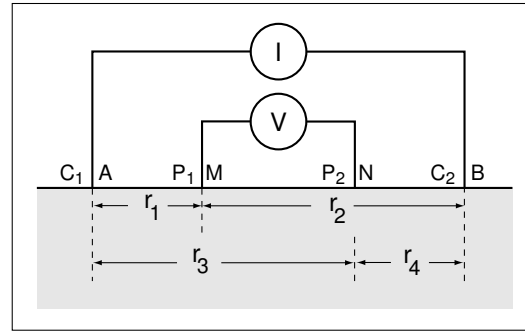


Figure 3.4: Dispositif à quatre électrodes en surface.

où $x = r \cos \phi$ et $y = r \sin \phi$. On a ainsi

$$\frac{dV}{dr} = \frac{A}{r}$$

ou encore $V = A \ln r$. Encore une fois, comment trouver A ? Toujours avec le courant I , qui exprimé en fonction de \vec{J} donne dans ce cas

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \frac{I}{\frac{2\pi r l}{2}} \\ &= \frac{I}{\pi r l} \end{aligned}$$

Sachant que $\vec{J} = -\sigma \nabla V$, on peut dire que

$$\begin{aligned} \frac{I}{\pi r l} &= -\sigma \nabla V \\ &= -\sigma \frac{A}{r}, \end{aligned}$$

d'où $A = -\frac{I\rho}{\pi l}$ et

$$V = -\frac{I\rho}{\pi l} \ln r. \quad (3.17)$$

S'il y a deux électrodes (figures 3.5 et 3.6), on a alors $V_{l_1} = -\frac{I\rho}{\pi l} \ln(r_1)$ et $V_{l_2} = \frac{I\rho}{\pi l} \ln(r_2)$, ce qui donne à P_1

$$\begin{aligned} V_{P_1} &= \frac{I\rho}{\pi l} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \\ &= -\frac{I\rho}{\pi l} \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Pour P_2

$$V_{P_2} = \frac{I\rho}{\pi l} \ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right)$$

La différence de potentiel mesurée sera ainsi

$$\begin{aligned} \Delta V &= -\frac{I\rho}{\pi l} \left[\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) - \ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right) \right] \\ &= -\frac{I\rho}{\pi l} \ln\left(\frac{r_1 r_4}{r_2 r_3}\right) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Notons que lorsque les produits $r_1 r_4$ et $r_2 r_3$ sont égaux, la différence de potentiel est nulle ($\Delta V = 0$).

3.4 Distribution du courant électrique dans les sols

Il est intéressant d'examiner comment le courant électrique se distribue dans les sols sous l'effet de potentiels externes, car cela permet de comprendre une caractéristique importante des méthodes DC : la profondeur d'investigation.

On a, par la loi d'ohm,

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \sigma \vec{E} \\ &= -\frac{1}{\rho} \nabla V \\ &= -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

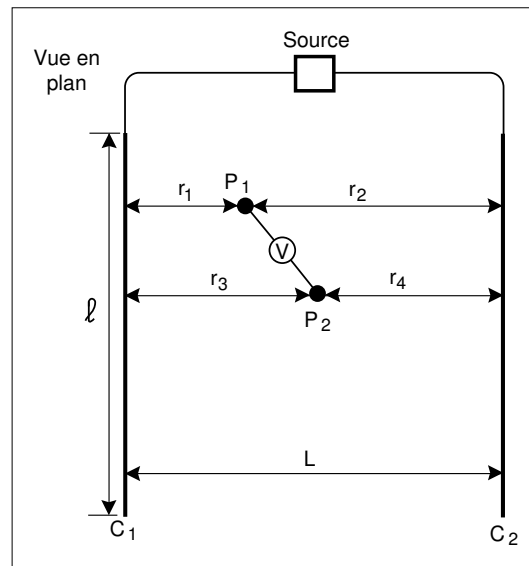


Figure 3.5: Mesure du potentiel avec des lignes de courant en surface.

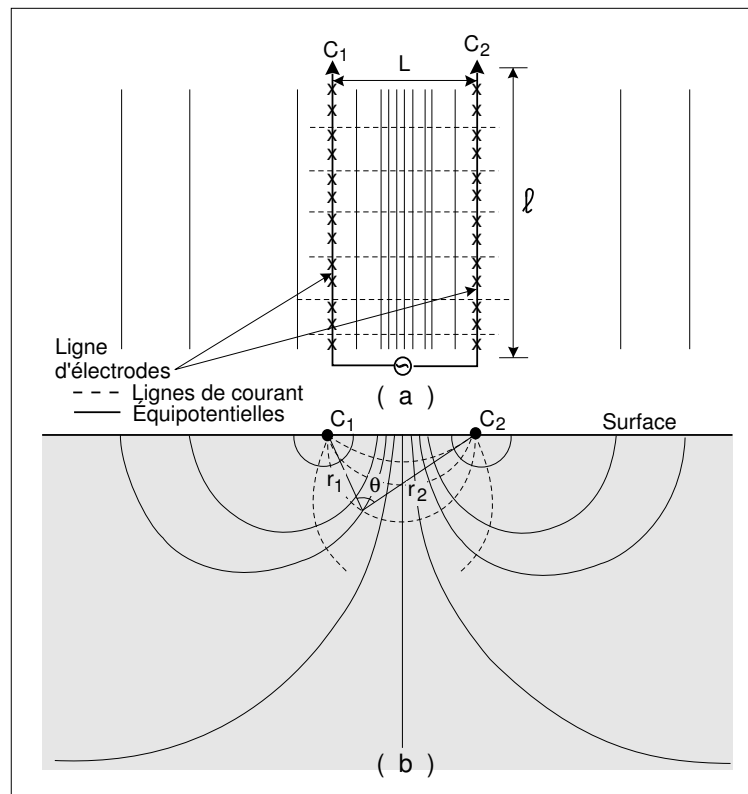


Figure 3.6: Distribution du potentiel avec des lignes de courant en surface. (a) Vue en plan, (b) vue en coupe.

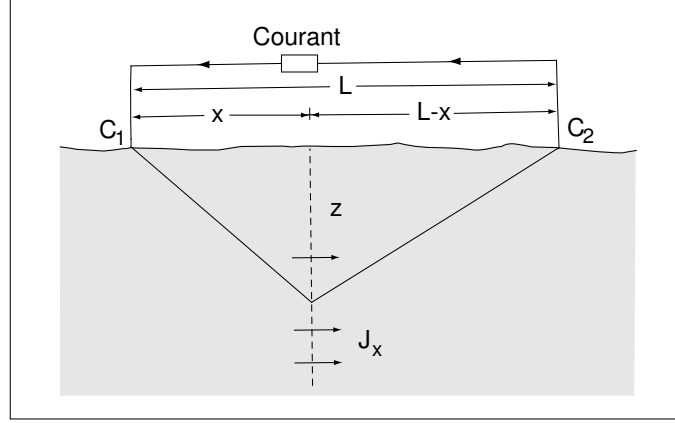


Figure 3.7: Dispositif d'injection à deux électrodes.

Pour deux électrodes à la surface (figure 3.7), on a

$$V = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

avec pour dérivée selon x

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} &= \frac{I\rho}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right) \\ &= \frac{I\rho}{2\pi} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \right) \frac{\partial r}{\partial x}. \end{aligned}$$

La composante horizontale J_x pour le système à deux électrodes est donc

$$\begin{aligned} J_x &= -\frac{1}{\rho} \left(\frac{I\rho}{2\pi} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ &= -\frac{I}{2\pi} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r_1} \right) \frac{\partial r}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r_2} \right) \frac{\partial r}{\partial x} \right]. \end{aligned} \quad (3.20)$$

De plus, $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, d'où $2r \frac{dr}{dx} = 2x$ et $\frac{dr}{dx} = \frac{x}{r}$. Alors

$$\begin{aligned} J_x &= -\frac{I}{2\pi} \left(-\frac{1}{r_1^2} \frac{x}{r_1} + \frac{1}{r_2^2} \frac{x-L}{r_2} \right) \\ &= \frac{I}{2\pi} \left(\frac{x}{r_1^3} - \frac{x-L}{r_2^3} \right). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Si l'on se place sur le plan médian, alors $r_1 = r_2 = r$ et $x = L/2$, ce qui nous permet d'écrire

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{I}{2\pi} \left(\frac{L}{r^3} \right) \\ &= \frac{I}{2\pi} \frac{L}{\left(z^2 + \frac{L^2}{4} \right)^{3/2}} \end{aligned} \quad (3.22)$$

La figure 3.8 montre comment évolue la densité de courant sur un plan vertical situé à x en fonction de la profondeur z et de l'écartement L des électrodes d'injection (voir figure 3.7). Le trait continu décrit la densité de courant en fonction de la profondeur lorsque l'écartement L est constant. On remarque que la densité diminue très rapidement (moitié de sa valeur en surface à $z/L = 0.8$). Cette

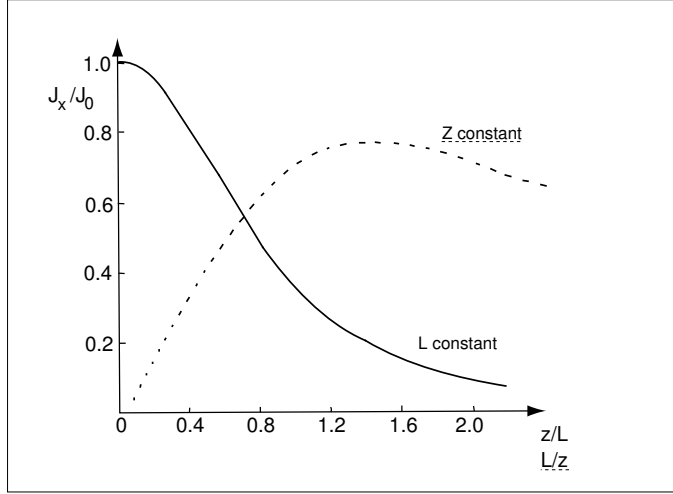


Figure 3.8: Densité de courant en fonction de la profondeur et de l'espacement des électrodes (J_0 est J_x à $z = 0$).

figure nous dit également que, pour une profondeur donnée, la densité de courant sera maximale pour un écartement donné (trait pointillé).

On peut voir ce phénomène du point de vue du courant \mathbf{I} (et non pas \mathbf{J}). La fonction de courant passant par une partie du plan vertical est donné par intégration de l'élément de courant δI_x suivant

$$\delta I_x = J_x dydz = \frac{I}{2\pi} \frac{L}{\left\{ (L/2)^2 + y^2 + z^2 \right\}^{3/2}} dydz \quad (3.23)$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} \frac{I_x}{I} &= \frac{L}{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} dz \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{\left\{ (L/2)^2 + y^2 + z^2 \right\}^{3/2}} \\ &= \frac{2}{\pi} \left(\tan^{-1} \frac{2z_2}{L} - \tan^{-1} \frac{2z_1}{L} \right). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Lorsque $L = 2z_1$ et $z_2 = \infty$,

$$\frac{I_x}{I} = 1 - \frac{2}{\pi} \tan^{-1} 1 = 1 - \frac{2}{\pi} \frac{\pi}{4} = 0.5.$$

La figure 3.9 montre que presque la moitié du courant injecté se propageant dans la direction x ($I_x/I \approx 0.5$) se propage à une profondeur inférieure à la moitié de l'écartement ($L/z = 2$). À $z = L$, il ne reste guère que 30% du courant à circuler sous z . Ceci a pour incidence première qu'il peut être très difficile d'aller chercher des données à grande profondeur lorsque les points d'injection du courant sont en surface.

La figure 3.10 schématise le patron de propagation du courant dans le cas d'un sol homogène. On remarque d'abord que les lignes de courant (pointillées) sont de plus en plus éloignées les unes des autres à mesure qu'on s'éloigne des électrodes (la densité de courant diminue). On remarque également que les lignes de voltage changent de signe au milieu de la géométrie.

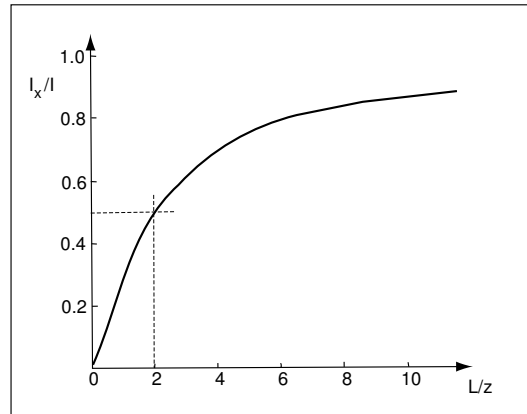


Figure 3.9: Fraction du courant circulant sous z pour un écartement L .

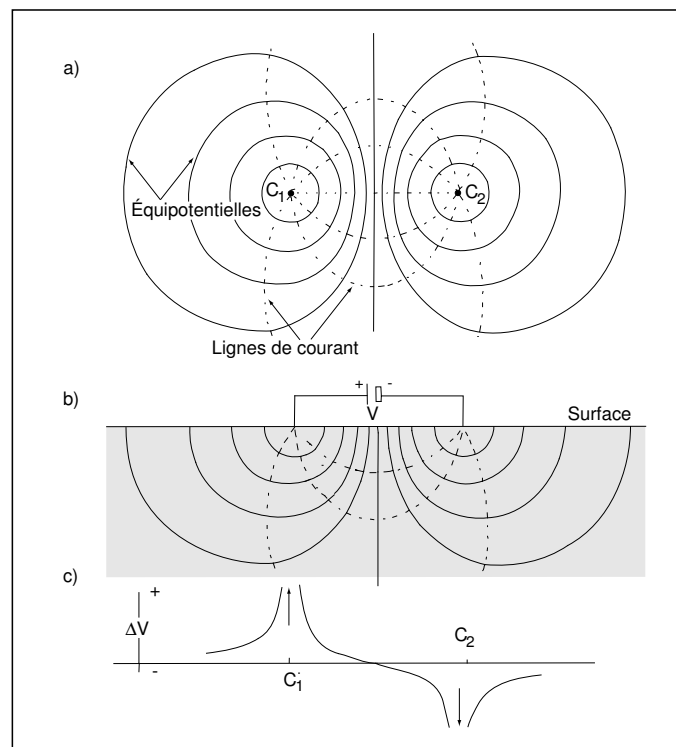


Figure 3.10: Lignes de courant et équipotentiellles pour deux électrodes d'injection au dessus d'un sol homogène. a) vue en plan, b) vue en coupe, c) voltage le long de l'axe recoupant C_1 et C_2 .

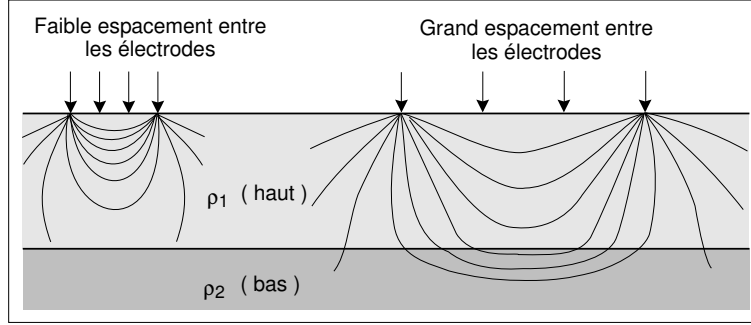


Figure 3.12: Pénétration du courant électrique dans un sol tabulaire.

3.5 Effet des hétérogénéité dans le sol sur le potentiel électrique

3.5.1 Distorsion du courant à l'interface d'un plan

On a dit que pour un courant se propageant dans le sol, le potentiel produit obéit à l'équation de Laplace (3.9). Il y a deux conditions aux frontières qui doivent être respectées au contact de deux milieux de conductivités différentes :

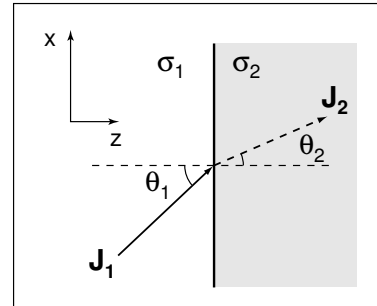
1. le potentiel est continu à l'interface ;
2. la densité de courant perpendiculaire à l'interface est continue $J_n^{(1)} = J_n^{(2)}$.

Puisque $V^{(1)} = V^{(2)}$, le gradient selon z , $\frac{\partial V}{\partial z}$, est aussi continu et $(\frac{\partial V}{\partial z})^{(1)} = (\frac{\partial V}{\partial z})^{(2)}$. En terme du champ \vec{E} , on a

$$\begin{aligned} E_t^{(1)} &= E_t^{(2)} \\ \sigma_1 E_n^{(1)} &= \sigma_2 E_n^{(2)}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Si on a un courant de densité \vec{J}_1 dans un milieu 1 qui rencontre une interface avec un angle θ_1 par rapport à la normale de l'interface (figure 3.11), on peut trouver la direction du courant dans le milieu 2.

$$\begin{aligned} E_t^{(1)} &= E_t^{(2)} \\ J_{z1} &= J_{z2} \\ J_{x1}\rho_1 &= J_{x2}\rho_2 \quad (J = -\sigma\nabla V) \\ \tan\theta_1 &= \frac{J_{x1}}{J_{z1}} \\ \tan\theta_2 &= \frac{J_{x2}}{J_{z2}} \end{aligned}$$

Figure 3.11: Distorsion du courant à une interface plane où $\rho_1 < \rho_2$.

d'où

$$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{J_{x1}}{J_{z1}} \frac{J_{z2}}{J_{x2}} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (3.26)$$

Ainsi, les lignes de courant sont déviées en traversant une frontière. Si $\rho_1 < \rho_2$, les lignes sont déviées vers la normale ; si $\rho_1 > \rho_2$, les lignes sont déviées vers l'interface. C'est pour cette raison qu'il est difficile d'avoir une bonne pénétration. Lorsque la couche inférieure est conductrice, le courant a tendance à suivre cette couche (figure 3.12).

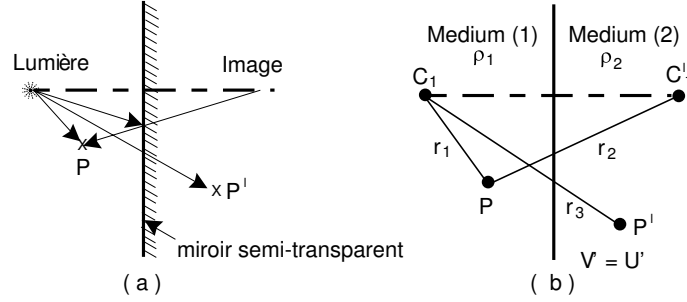


Figure 3.13: Analogie entre les images optique et électrique.

3.5.2 Distorsion du potentiel à l'interface d'un plan

3.5.2.1 Image des sources

Soient deux demi-espaces de résistivités ρ_1 et ρ_2 séparés par une surface plane (figure 3.13). Puisque le passage du courant est dévié en passant d'un médium à l'autre, les équipotentiels le seront également. On peut trouver le champ de potentiel résultant en résolvant l'équation de Laplace. Il est cependant plus facile d'utiliser, en analogie avec la physique optique, la méthode des images. (Cette méthode n'est valide que pour un nombre limité de cas, dont les frontières planes).

Assimilons la source de courant I à une source de lumière et le plan séparant les deux milieux à un miroir semi-transparent. Un observateur placé en P sera éclairé par la lumière venant directement de la lumière, et une fraction k de la lumière sera réfléchié par le miroir. Un observateur en P' verra la fraction $1 - k$ de lumière traversant le miroir. Par analogie avec l'équation (3.14), on aura, à P

$$\begin{aligned} V &= \frac{\rho_1 I}{4\pi} \frac{1}{r_1} + \frac{\rho_1 I}{4\pi} \frac{k}{r_2} \\ &= \frac{\rho_1 I}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{k}{r_2} \right) \end{aligned} \quad (3.27)$$

À P' , un point quelconque dans le milieu 2

$$V' = \frac{\rho_2 I}{4\pi} \frac{1 - k}{r_3}.$$

Lorsque le point P est sur l'interface, $P = P'$, et $r_1 = r_2 = r_3$, et à cause des conditions frontières $V = V'$, d'où

$$\begin{aligned} \frac{\rho_1 I}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{k}{r_2} \right) &= \frac{\rho_2 I}{4\pi} \frac{(1 - k)}{r_3}, \\ \rho_1 \left(\frac{1 + k}{r} \right) &= \rho_2 \left(\frac{1 - k}{r} \right), \\ \frac{\rho_1}{\rho_2} &= \frac{1 - k}{1 + k}, \end{aligned}$$

où k définie le coefficient de réflexion

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}. \quad (3.28)$$

Par définition, $-1 < k < 1$, et dépend du contraste entre ρ_2 et ρ_1 .

On peut mettre à contribution la théorie des images pour calculer le potentiel à la surface d'un terrain à couches horizontales (homogène et isotrope), ce qui est le cas qui nous intéresse lors d'interprétation de sondages.

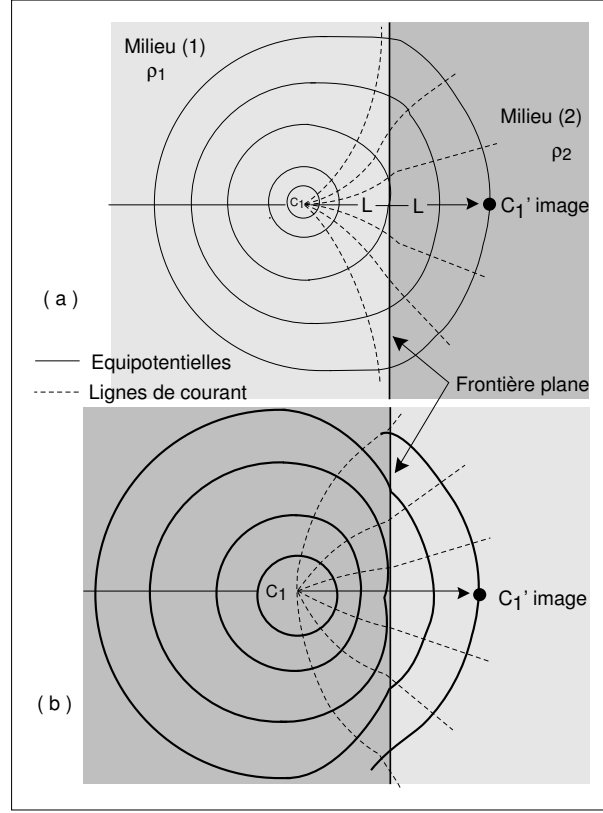


Figure 3.14: Distorsion du potentiel à l'interface d'un plan.

3.5.2.2 Cas bi-couche

L'électrode est à la surface du sol et on désire calculer le potentiel en M , également à la surface du sol, comme à la figure 3.15. Soient deux terrains de résistivités ρ_1 et ρ_2 , distants de z . Il y a une infinité d'images au-dessus et au-dessous de l'électrode de courant. L'image originale C_1 se reflète sur P_1 en C_1^I avec un coefficient de réflexion k . À son tour, l'image C_1^I se reflète sur P_0 en C_1^{II} avec un coefficient de réflexion $(k \times 1)$. Ensuite, C_1^{II} se reflète sur P_1 en C_1^{III} avec un coefficient de réflexion $(k \times 1 \times k)$. C_1^{III} se reflète sur P_0 en C_1^{IV} avec un coefficient de réflexion $(k \times 1 \times k \times 1)$, et ainsi de suite.

Le potentiel résultant en M est donc

$$\begin{aligned} V_M &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + \frac{k}{r_1} + \frac{k}{r_1} + \frac{k^2}{r_2} + \dots + \frac{k^n}{r_n} + \frac{k^n}{r_n} + \dots \right) \\ &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + \frac{2k}{r_1} + \frac{2k^2}{r_2} + \dots + \frac{2k^n}{r_n} \right) \end{aligned} \quad (3.29)$$

avec $r_1 = \sqrt{r^2 + (2z)^2}$, $r_2 = \sqrt{r^2 + (4z)^2}$, $r_n = \sqrt{r^2 + (2nz)^2}$, ce qui donne finalement

$$V_M = \frac{\rho_1 I}{2\pi r} \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{1 + (2nz/r)^2}} \right). \quad (3.30)$$

Pour un dispositif $AMNB$, $\Delta V = [(V_1 + V_2) - (V_3 + V_4)]$. Par exemple, pour un dispositif Wen-

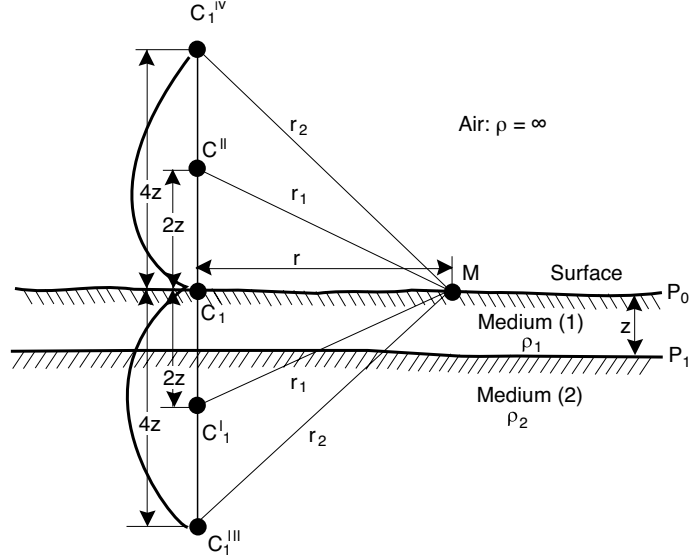


Figure 3.15: Méthode des images pour un sol à deux couches.

ner avec un écartement a entre les électrodes, on aura, en M

$$\begin{aligned} V_M &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[\frac{1}{a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{1 + (2nz/a)^2}} - \frac{1}{2a} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{1 + (nz/a)^2}} \right] \\ &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (2nz/a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + (nz/a)^2}} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.31)$$

Pour l'électrode N , on trouve de façon similaire

$$\begin{aligned} V_N &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[\frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{1 + (nz/a)^2}} - \frac{1}{a} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{1 + (2nz/a)^2}} \right] \\ &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[\frac{1}{2a} - \frac{1}{a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (nz/a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + (2nz/a)^2}} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

et finalement

$$\Delta V_{MN} = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[\frac{1}{a} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (2nz/a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + (nz/a)^2}} \right) \right]. \quad (3.33)$$

Puisque $\rho_a = 2\pi a \frac{\Delta V}{I}$, on aura

$$\rho_a = \rho_1 \left[1 + 4a \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (2nz/a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + (nz/a)^2}} \right) \right]. \quad (3.34)$$

On peut ainsi calculer le rapport $\frac{\rho_a}{\rho_1}$ en fonction de $\frac{z}{r}$.

3.5.2.3 Cas de terrain à n couches

Le calcul est possible pour n couches. La mise en équation fait alors appel à un grand nombre d'images et les calculs sont très longs, mais toujours possibles. Notons que plusieurs techniques

mathématiques permettent de transformer le problème et de le résoudre plus facilement d'une autre façon. L'important est de savoir qu'il est mathématiquement possible de trouver une solution pour un terrain à n couches.

3.6 L'exploration verticale du sol : les sondages

3.6.1 Généralités

On a vu que pour un sous-sol homogène et isotrope, il est possible de trouver la résistivité du milieu en injectant du courant et en mesurant le ΔV ainsi créé. Pour un dispositif comme celui de la figure 3.4, la résistivité ρ se trouve par la relation

$$\rho = \frac{\Delta V}{I} \underbrace{\left[\frac{2\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{AN} - \frac{1}{BM} + \frac{1}{BN}} \right]}_K, \quad (3.35)$$

où K est un facteur géométrique du dispositif d'électrode, et où les unités sont :

- $I = \text{mA}$,
- $\Delta V = \text{mV}$,
- $\rho = \Omega\text{m}$,
- distances = m.

Jusqu'ici, nos calculs de la résistivité du sol se sont basés sur l'hypothèse d'un sous-sol homogène et isotrope. Or, il n'en est rien en réalité. Le but de la prospection électrique est justement de permettre au géophysicien de se faire une image de la structure et des hétérogénéités du sol. L'exploration par méthode à courant continu se fait de deux façons :

1. sondages électriques : exploration verticale ;
2. profilage (traîné électrique) : exploration horizontale.

L'examen de sous-sols hétérogènes va nous amener à définir la notion de résistivité apparente (ρ_a). Si dans un sous-sol hétérogène quelconque on injecte un courant I à l'aide d'un dipôle AB et qu'on mesure une différence de potentiel ΔV à l'aide d'un dipôle MN , chacune de ces quatre électrodes étant placée n'importe où, alors la résistivité apparente ρ_a est donnée par

$$\rho_a = \frac{\Delta V}{I} \frac{2\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{AN} - \frac{1}{BM} + \frac{1}{BN}}, \quad (3.36)$$

et correspond à la résistivité d'un sous-sol homogène pour lequel on mesurerait les mêmes valeurs ΔV et I pour le même dispositif d'électrodes. La résistivité apparente a donc la dimension d'une résistivité et est exprimée en Ωm .

La résistivité apparente n'est pas caractéristique d'un site donné car elle dépend du dispositif d'électrodes employé. La valeur de ρ_a n'a par conséquent aucune signification en soi (mesure relative). On peut lui donner un sens en la comparant à d'autres valeurs

1. quantitativement : sondages électriques sur terrains tabulaires ;
2. qualitativement : cas des traînés électriques.

3.6.2 Principe

Lorsqu'on injecte un courant dans le sol, les filets de courant pénètrent à une profondeur théoriquement infinie. On a cependant démontré que pour une longueur de ligne AB constante, la densité de courant diminue avec la profondeur. Un corps produit une distorsion des lignes équipotentielles d'autant plus importante que la densité de courant est forte. Donc, si le corps est profond, la ligne AB est grande. C'est le principe des sondages électriques : disposant d'un quadripôle $AMNB$, on fait varier la longueur AB en laissant fixe le point O , centre de AB et de MN , fixe (figure 3.16). On peut alors tracer la courbe représentative de ρ_a en fonction de $L = AB/2$.

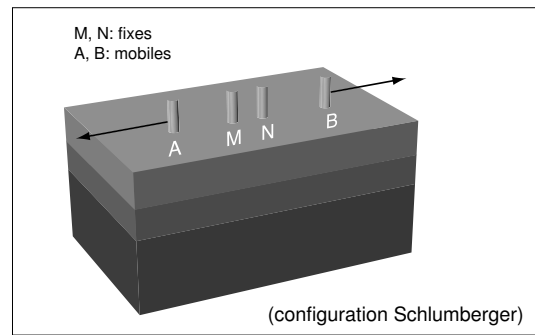


Figure 3.16: Illustration du principe de mise en oeuvre d'un sondage.

L'interprétation de ces courbes n'est pratiquement possible que si : (1) les résistivités des différentes couches sont bien contrastées ; (2) les couches ont une extension verticale et horizontale assez importante ; et (3) les terrains sont stratifiés horizontalement ou sub-horizontalement.

3.6.3 Interprétation des courbes de sondage

La méthode la plus efficace d'interprétation d'un modèle consiste en l'utilisation d'algorithmes d'inversion qui, à partir d'un modèle grossier de sous-sol et connaissant l'équation du potentiel à la surface pour un système d'électrodes donné, vont restituer un modèle dont la réponse s'ajuste (statistiquement) le mieux possible à la courbe mesurée. Le calcul d'inversion se fait évidemment sur ordinateur (PC).

Un problème se pose cependant ! Il faut être en mesure de pouvoir prédire un modèle initial pour les algorithmes d'inversion, ce qui n'est pas toujours évident. De plus, sur le terrain, on n'aura pas nécessairement un ordinateur à la portée de la main. Que faire ?

On utilisera la bonne vieille méthode de nos ancêtres : les abaques. Les abaques sont une série de courbes types calculées pour divers contrastes de résistivité et épaisseur pour les différentes couches du sol. L'interprétation consiste à trouver la courbe qui s'ajuste le mieux à la courbe mesurée et on obtient ainsi les paramètres du sous-sol.

3.6.3.1 Autre question

Il existe une infinité de possibilités de combinaisons de valeurs de résistivité, d'épaisseur et de nombre de couches dans la nature. Comment s'en sortir ?

Deux faits particuliers vont nous venir en aide :

1. Il est possible d'interpréter les sondages obtenus au-dessus de terrains à n couches uniquement à l'aide d'abaques pour les cas deux et trois couches ;
2. La loi de *similitude* fait qu'on n'a pas besoin d'interpréter les courbes en fonction des valeurs absolues de ρ et h , mais bien selon leurs valeurs *relatives*.

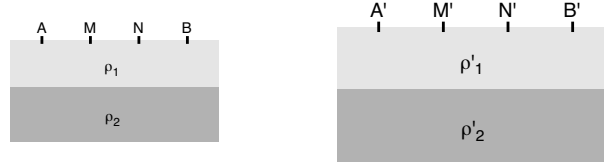


Figure 3.17: Illustration du principe de similitude.

3.6.4 Lois de similitude

Imaginons deux structures géométriquement semblables avec un rapport de similitude k_L , M et M' étant deux points homologues semblables (figure 3.17). Sachant qu'il existe une similitude électrique telle que $\rho_{1'} = k_\rho \cdot \rho_1$ $\rho_{2'} = k_\rho \cdot \rho_2$.

Au voisinage d'une électrode, on a

$$V = \frac{\rho I}{2\pi r} \quad V' = \frac{\rho' I'}{2\pi r'} = \frac{k_\rho \rho I'}{2\pi} \cdot \frac{1}{k_L r}$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{I' k_\rho}{I k_L} \quad (3.37)$$

Puisque $\rho_a = K \cdot \frac{V}{I}$ (K est le facteur géométrique de l'équation (3.35)), que $\rho_{a'} = K \cdot \frac{V'}{I'}$ et que pour deux dispositifs d'électrodes de même dimension, les constantes K sont égales, on a alors

$$\begin{aligned} \rho_{a'} &= K \frac{\left(\frac{V'}{I'} \frac{k_\rho}{k_L}\right)}{I'} \\ &= K \frac{V k_\rho}{I k_L} \\ &= \rho_a \frac{k_\rho}{k_L} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Supposons maintenant que le dispositif $AMNB$ devienne $A'M'N'B'$ selon le rapport de similitude k_D . Pour mesurer ρ'_a , on aura $\rho'_a = K' \frac{V'}{I'}$ où $K' = K \cdot k_D$, d'où

$$\begin{aligned} \rho'_a &= k_D \cdot K \cdot \frac{V'}{I'} \\ &= k_D \cdot K \cdot \frac{1}{I'} \left(\frac{V I' k_\rho}{I k_L}\right) \end{aligned} \quad (3.39)$$

et on a

$$\rho'_a = k_D \rho_a \frac{k_\rho}{k_L}. \quad (3.40)$$

Si $k_D = k_L$, on retrouve : $\rho'_a = \rho_a \cdot k_\rho$.

3.6.4.1 Deux résultats fondamentaux

1. On obtient le même ρ_a sur deux terrains électriquement identiques ($k_\rho = 1$) et géométriquement similaires à condition de choisir des quadripôles dans le même rapport de similitude ;
2. Si, sur un terrain hétérogène, un quadripôle donné mesure $\rho_a = \rho'_a$ au point O , sur un second terrain hétérogène géométriquement identique au premier, mais dont les résistivités sont multipliées par un facteur k_ρ , le quadripôle précédant mesurera en O' une résistivité apparente égale à $\rho'_a = k_\rho \cdot \rho_a$.

3.6.4.2 Deux conclusions importantes

1. Les sondages de surface s'interprètent de la même façon que ceux en profondeur. Il s'agit de choisir des quadripôles à l'échelle du problème traité.
2. On peut toujours, sans modifier le problème, passer de

$$\begin{array}{|c|c|} \hline h_1 & \rho_1 \\ \hline h_2 & \rho_2 \\ \hline \vdots & \vdots \\ \hline h_{n-1} & \rho_{n-1} \\ \hline & \rho_1 \\ \hline \end{array} \quad \text{à} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline \frac{h_2}{h_1} & \frac{\rho_2}{\rho_1} \\ \hline \vdots & \vdots \\ \hline \frac{h_{n-1}}{h_1} & \frac{\rho_{n-1}}{\rho_1} \\ \hline & \frac{\rho_a}{\rho_1} \\ \hline \end{array} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{|c|} \hline k_L = \frac{1}{h_1} \\ \hline k_\rho = \frac{1}{\rho_1} \\ \hline \end{array}$$

C'est pour cela que les sondages sont tracés avec des axes logarithmiques, car seules les ordonnées à l'origine varieront pour des courbes représentant des terrains géométriquement et électriquement semblables.

3.6.5 Interprétation des sondages électriques par les abaques

3.6.5.1 Cas deux couches

Lorsque $AB/2$ est petit, le courant se concentre dans la première couche et ρ_a tend vers ρ_1 . Plus on écarte A et B , plus la proportion totale du courant qui passe dans la deuxième couche augmente ; ρ_a délaisse ρ_1 et devient influencée par ρ_2 . Lorsque $AB/2$ est très grand, la majorité du courant passe dans le deuxième milieu et ρ_a tend vers ρ_2 .

Les sondages se présentent sur papier bi-logarithmique avec $AB/2$ en abscisse et ρ_a en ordonnée.

1. D'après ceci, si $\rho_1 < \rho_2$, on aura une pente positive, avec une asymptote à $x = y$ (soit 45°) si $\rho_2 \rightarrow \infty$ (démonstrable mathématiquement). Donc, dans ce cas, on ne peut avoir de droite de pente supérieure à 45° . On se sert de ceci comme mécanisme de vérification de la validité de notre travail.
2. Lorsque $\rho_1 > \rho_2$, on a une pente négative, là aussi on a une asymptote lorsque $\rho_2 \rightarrow 0$. Remarquez que pour un même contraste de résistivité, lorsque $\rho_2 < \rho_1$, on arrive beaucoup plus vite à la valeur de ρ_2 que lorsque $\rho_1 < \rho_2$.

Comment interpréter ?

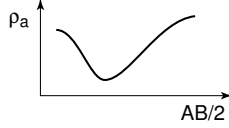
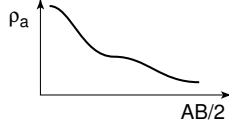
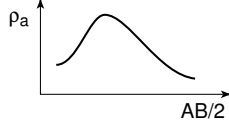
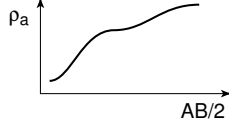
1. Il suffit de superposer le sondage effectué aux abaques deux couches disponibles (Wenner ou Schlumberger), les axes doivent être de même dimension.
2. On déplace la courbe sur les abaques jusqu'à ce qu'elle se superpose à une des courbes des abaques (où à une courbe imaginaire puisque tous les $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ ne sont pas indiqués). Attention ! il faut garder les axes des deux graphiques bien parallèles.
3. Lorsque les deux sont superposés, à l'aide de la position de l'origine de l'abaque, on peut trouver ρ_1 et h_1 et connaissant à quelle droite on est superposé, on aura ρ_2 .

3.6.5.2 Cas trois couches

L'interprétation devient un peu plus compliquée, puisqu'aux deux courbes possibles qu'on aurait dans le cas deux couches, on passe à quatre cas possibles.

Les abaques deux couches ne dépendaient que de trois paramètres ρ_1 , $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ et h_1 . Dans le cas à trois couches, il y a cinq paramètres dont on doit tenir compte, soient ρ_1 , $\frac{\rho_2}{\rho_1}$, $\frac{\rho_3}{\rho_1}$, h_1 et $\frac{h_2}{h_1}$. Les abaques

Tableau 3.2: Les quatre type de courbe de sondage pour des terrains à trois couches

Type H	$\rho_1 > \rho_2$	$\rho_3 > \rho_2$	
Type Q	$\rho_1 > \rho_2$	$\rho_3 < \rho_2$	
Type K	$\rho_1 < \rho_2$	$\rho_3 < \rho_2$	
Type A	$\rho_1 < \rho_2$	$\rho_3 > \rho_2$	

sont donc plus compliquées et plus nombreuses. En général, on les présente selon les contrastes de résistivité et on trace les courbes pour différents $\frac{h_2}{h_1}$.

L'interprétation se fait aussi en comparant (ajustant) la courbe expérimentale avec les abaques.

1. On interprète la partie gauche ($AB/2$ petit) de la courbe à partir de l'abaque 2 couches. On obtient ainsi h_1, ρ_1 et $\frac{\rho_2}{\rho_1}$. On note alors le point (h_1, ρ_1) sur la courbe expérimentale.
2. À partir des valeurs trouvées au numéro 1 (i.e. $\frac{\rho_1}{\rho_1} = 1, \frac{\rho_2}{\rho_1} = x$) et en plaçant le point (h_1, ρ_1) sur l'origine de l'abaque trois couches, on cherche la courbe de l'abaque qui se superpose le mieux à la courbe de terrain.

On obtient ainsi $\frac{h_2}{h_1}$ et $\frac{\rho_3}{\rho_1}$. De la même manière, on peut interpréter une courbe de sondage quatre ou cinq couches.

3.6.5.3 Cas quatre couches

- À partir d'abaques deux couches, on trouve $h_1, \rho_1, \frac{\rho_1}{\rho_2}$;
- À partir d'abaques trois couches, on aura $\frac{\rho_3}{\rho_1}, \frac{h_2}{h_1}$;
- On calcule le point équivalent pour les deux premières couches ρ_e, h_e ;
- À l'aide des abaques trois couches, on peut trouver $1, \frac{\rho_3}{\rho_e}, \frac{\rho_4}{\rho_e}, \frac{h_3}{h_e}$;
- Pour vérifier ρ_4 , on utilise le même stratagème que pour le cas trois couches vu précédemment.

Cela permet de trouver $1, \frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{\rho_3}{\rho_1}, \frac{h_2}{h_1}$; on a donc trouvé tous les paramètres nécessaires à l'interprétation.

Pour vérifier la valeur de ρ_3 trouvée, on peut remplacer les deux premières couches par une couche équivalente et interpréter à nouveau avec l'abaque deux couches. On aura un meilleur estimé de ρ_3 de cette façon. Le calcul de la couche équivalente est détaillé dans les notes à la section (3.6.6).

Ce terme est donné selon $\frac{\rho_e}{\rho_1}$ et $\frac{h_e}{h_1}$ d'où on peut trouver ρ_e et h_e . On place ρ_e, h_e sur le graphique et on peut lire $\frac{\rho_2}{\rho_e}$ et trouver ρ_2 qui, en réalité, est ρ_3 .

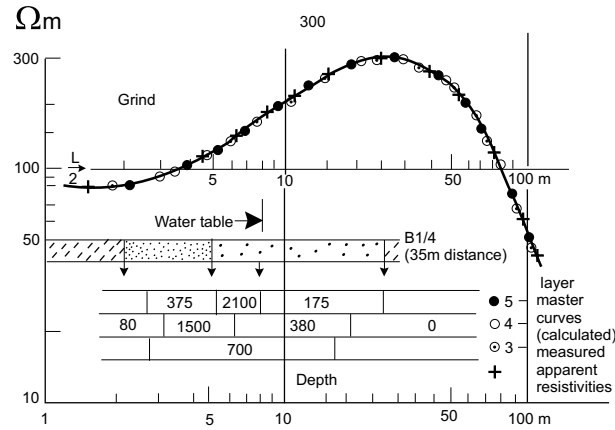


Figure 3.18: Illustration du principe d'équivalence. Les réponses des modèles 3, 4 et 5 s'ajustent aussi bien à la courbe mesurée.

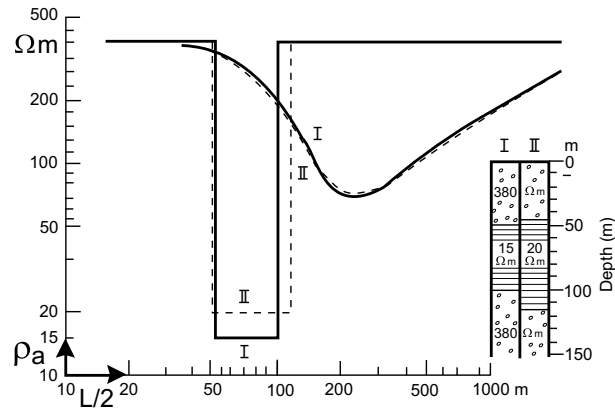


Figure 3.19: Illustration du principe d'équivalence. Les modèles I et II donnent des réponses quasi-identiques.

3.6.6 Principe d'équivalence

Des terrains de distribution de résistivité différente peuvent donner des courbes de sondages quasi-identiques dont la différence ne sera pas mesurable (figures 3.18 et 3.19). La solution n'est donc pas unique, tout comme en gravité ou en magnétisme.

Au-dessus de terrain H ou A, ces courbes de sondages sont équivalentes si la *conductance longitudinale* ($S = \frac{h}{\rho}$) reste la même. Dans le cas des terrains de type K ou S, c'est la *résistance transversale* ($R = \rho h$) qui est importante.

Ce principe n'est bon que si $\frac{h_2}{h_1}$ n'est pas trop élevé. On peut connaître dans quelles limites le principe tient à l'aide des diagrammes de Pylaev.

3.6.6.1 Section géoélectrique

Soit un modèle de sol tabulaire, avec une aire unitaire en surface (figure 3.20). Si on suppose que le courant est perpendiculaire à la stratification (figure 3.21), la résistance dans une couche est $R = \frac{\rho L}{S} = \frac{\rho h}{a^2}$. Pour une section unitaire ($a = 1$), la résistance devient $R = \rho h$.

La résistance transversale totale est alors $T = \sum_{i=1}^n \rho_i h_i$. La résistivité transversale moyenne

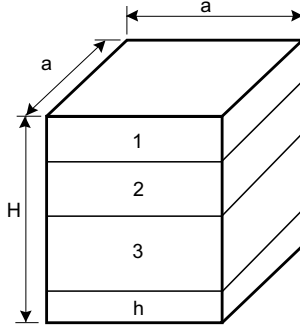


Figure 3.20: Sol tabulaire.

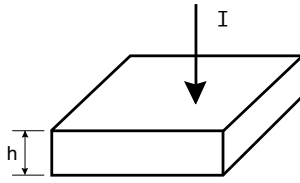


Figure 3.21: Courant perpendiculaire à la stratification.

(ρ_t) est définie par

$$\rho_t = \frac{T}{H} = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i h_i}{\sum_{i=1}^n h_i}.$$

Si le courant se déplace parallèlement à la stratification (figure 3.22), alors $R = \frac{\rho a}{ah} = \frac{\rho}{h}$. La conductance est ainsi définie par $S = \frac{1}{R} = \frac{h}{\rho}$. La conductance longitudinale totale est

$$\begin{aligned} S &= \sum \frac{1}{R} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\rho_i}. \end{aligned} \quad (3.41)$$

La conductivité longitudinale moyenne est

$$\begin{aligned} \sigma_e &= \frac{S}{H} \\ &= \frac{\sum \frac{h_i}{\rho_i}}{\sum h_i}, \end{aligned} \quad (3.42)$$

et la résistivité longitudinale est

$$\rho_e = \frac{\sum h_i}{\sum \frac{h_i}{\rho_i}}. \quad (3.43)$$

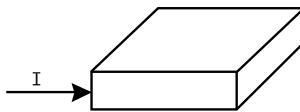


Figure 3.22: Courant parallèle à la stratification.

La conséquence de ceci est que chaque couche est *isotrope*, mais le tout a un comportement *anisotrope*. Le coefficient d'anisotropie est définie par

$$\lambda = \sqrt{\frac{\rho_t}{\rho_e}} = \sqrt{\frac{ST}{H^2}}.$$

Ce coefficient est supérieur à un puisque $\rho_t > \rho_e$. De même, $\rho_{moy} = \sqrt{\rho_e \rho_t}$.

3.6.6.2 Utilité du principe d'équivalence

Soit un terrain type H

$$\begin{aligned} \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \mu_2 = \frac{1}{8} = 0.125 \\ \frac{h_2}{h_1} &= v_2 = 4 \\ \rho_3 &= \infty \end{aligned}$$

l'abaque n'existe pas. La plus proche est pour $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \mu_2 = 0.1$. Peut-on l'utiliser pour interpréter? Utilisons le diagramme de Pylaev et la réponse est oui!

Conservons la conductance longitudinale $S = h/\rho$

$$S = \frac{4}{0.125} = 32.$$

On veut que $S = 32 = \frac{x}{0.1}$ donc $\frac{h_2}{h_1} = 3.2$. On va donc interpréter avec 0.1, 3.2, ∞ .

Si on a un terrain K ou S, on conserve la résistance transversale

$$R = \rho h \tag{3.44}$$

$$= \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{h_2}{h_1} \tag{3.45}$$

$$= \frac{\rho_2'}{\rho_1} \cdot \frac{h_2'}{h_1} \tag{3.46}$$

3.6.6.3 Conductance longitudinale totale

Dans le cas où $\rho_n = \infty$, la courbe a une asymptote à 45° pour un écartement $AB/2$ grand. On peut démontrer que l'intersection de cette asymptote avec $AB/2$ à $\rho = 1\Omega \text{ m} = S_t$.

3.6.7 Phénomène des à-coup de prise

Le phénomène des à-coup de prise se produit lorsqu'une électrode d'injection se trouve en contact avec une petite masse très conductrice dans le sol. Le courant est alors canalisé par ce conducteur et on observe une brusque augmentation de ρ_a . Cela a une incidence sur les profils et sur les sondages.

À mesure que l'on augmente l'écartement $AB/2$, le voltage mesuré à MN diminue, jusqu'au moment où on doit augmenter la distance MN . On effectue alors un *embrayage*. Si, en déplaçant les électrodes, on frappe un petit conducteur superficiel, il y a à-coups de prise et une discontinuité apparaît dans la courbe de sondage.

Précaution à prendre

Au point d'embrayage, on fait 4 mesures : AB avec MN et MN' et AB' avec MN et MN' .

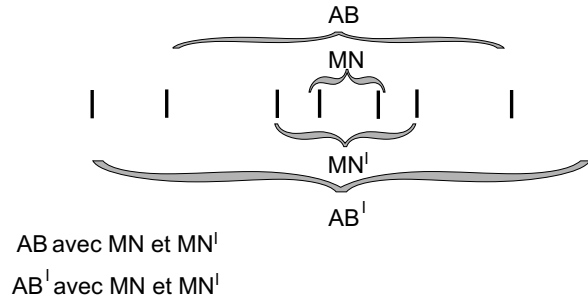


Figure 3.23: Embrayage permettant d'identifier la présence d'à-coup de prise.

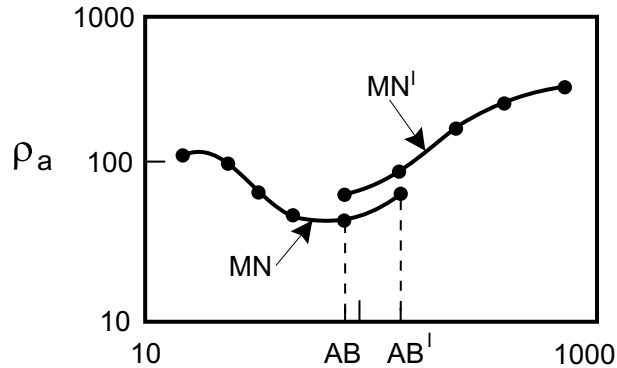


Figure 3.24: Courbe de résistivité présentant un à-coup de prise.

3.7 L'exploration horizontale du sol : les traînés électriques

Il s'agit simplement de déplacer un quadrupôle $AMNB$ de dimension fixe sur le site à explorer (figure 3.25). À chaque station, on fait une mesure de I et de ΔV qui permet de calculer ρ_a qu'on affecte au centre du dispositif.

Si les mesures se font sur une grande surface, on peut rapporter en plan les mesures et tracer des courbes d'équi-résistivité. Si les mesures se font sur une ligne, on établit un profil de résistivité. Si plusieurs séparations sont utilisées, on peut tracer des pseudo-sections (figure 3.26). On obtient ainsi une représentation *qualitative* de la variation de ρ_a latéralement et en profondeur. Ce n'est *pas* une vraie section géoélectrique. Entre le sondage et les traînés électriques, il existe des solutions moyennes :

1. traînés avec plusieurs longueurs de lignes ;
2. traînés avec, de place en place, un sondage soigné.

Il est difficile de définir avec précision les profondeurs des tranches de terrain couvertes par un traîné. Une anomalie sera détectée d'autant plus facilement qu'elle est électriquement bien contrastée. S'il y a fort contraste, que le corps est profond et qu'on utilise un petit écartement AB , le corps sera détectable. S'il y a une faible contraste, que le corps est profond, qu'on utilise un petit AB , alors le corps reste invisible. Une règle de pouce dit que plus de 10% du volume doit être échantillonné pour

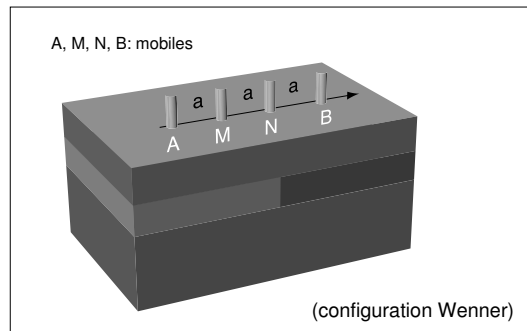


Figure 3.25: Illustration du principe de mise en oeuvre d'un profil.

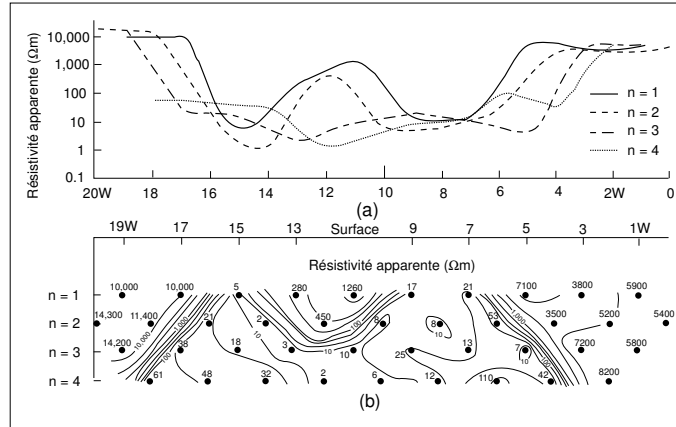


Figure 3.26: Construction d'une pseudo-section.

que le corps soit détectable.

3.8 Les configurations d'électrode

Plusieurs configurations d'électrode ont été mises de l'avant. Elles permettent toutes de trouver la résistivité apparente du sous-sol à partir de mesures de ΔV et I . Toutes les configurations ne sont qu'une variation sur le thème du quadripôle $AMNB$ et l'expression de ρ_a pour chacune des configurations se dérive de l'équation de base (3.35).

Le choix d'un dispositif n'est souvent qu'une question de commodité du point de vue logistique et pratique (problèmes avec la topo, nombre de personnes requises, vitesse d'exécution, etc.). Les plus populaires sont :

En profilage	En sondage
dipôle - dipôle	Schlumberger (Europe, plus avantageux)
pôle - dipôle	Wenner (U.S.)
pôle - pôle latéral	

Les sondages Schlumberger et Wenner sont les deux seuls pour lesquels il existe des abaques.

3.8.1 Types de configuration d'électrodes

3.8.1.1 Deux électrodes

$$r_1, r_2 \text{ et } r_3 \geq 7a$$

$$\rho_a = 2\pi \times a \times \frac{V}{I}$$

Le volume échantillonné est celui d'une demi-sphère de rayon a centrée sur STA.

3.8.1.2 Pôle - Dipôle

Technique pulsée

$$r \geq 7a$$

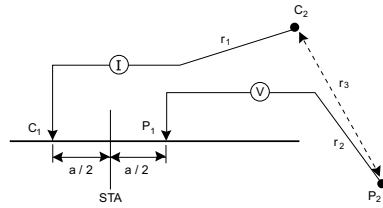


Figure 3.27: Configuration à deux électrodes.

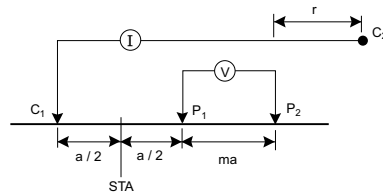


Figure 3.28: Configuration pôle-dipôle pulsé.

$$\rho_a = 2\pi \times a \frac{(1+m)}{m} \times \frac{V}{I}$$

Généralement, $m = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$.

Le volume échantillonné est celui d'une demi-sphère de rayon a centrée sur STA.

technique en fréquences

$$r \geq 7a$$

$$\rho_a = 2\pi \times an(n+1) \times \frac{V}{I}$$

Généralement, $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

Le volume échantillonné est celui d'une demi-sphère de rayon na centrée sur STA.

Cas particulier : trois électrodes ($m = n = 1$)

$$r \geq 7a7na$$

$$\rho_a = 4\pi a \frac{V}{I}$$

Le volume échantillonné est celui d'une demi-sphère de rayon na centrée sur STA.

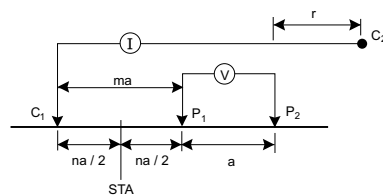


Figure 3.29: Configuration pôle-dipôle en fréquence.

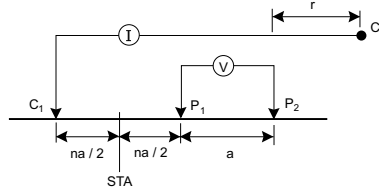


Figure 3.30: Configuration à trois électrodes.

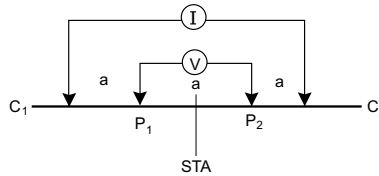


Figure 3.31: Configuration de Wenner.

3.8.1.3 Quatre électrodes ou Wenner

$$\rho_a = 2\pi a \times \frac{V}{I}$$

Le volume échantillonné est celui d'un demi-cylindre de rayon a et de longueur $4a$ dont l'axe coïncide avec les quatre électrodes.

3.8.1.4 Schlumberger

$$L = \frac{AB}{2} \text{ et } \ell = \frac{MN}{2}$$

En général, on utilise $\frac{L}{2\ell} > 1.5$ (jusqu'à 50, sous de bonnes conditions) et

$$\rho_a = \pi \times \frac{(L^2 - \ell^2)}{2\ell} \times \frac{V}{I}.$$

Si $\frac{L}{2\ell} > 2.5$, $\rho_a = \pi \times \frac{L^2}{2\ell} \times \frac{V}{I}$ est acceptable.

Le volume échantillonné est fonction de $AB/2$ ou L seulement. C'est un demi-cylindre de rayon $2L/3$ et de longueur $8L/3$ dont l'axe coïncide avec les 4 électrodes.

3.8.1.5 Dipôle - Dipôle

$$\rho_a = \pi a(n)(n+1)(n+2) \times \frac{V}{I}$$

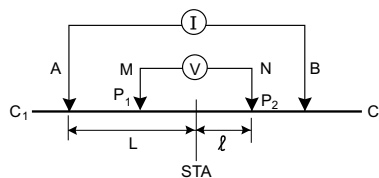


Figure 3.32: Configuration de Schlumberger.

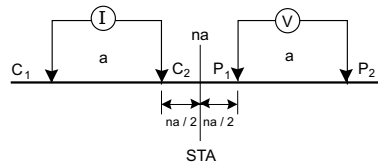


Figure 3.33: Configuration dipôle-dipôle.

Le volume échantillonné est celui d'un demi-cylindre de rayon na et de longueur $(n+2)a$ à $(n+4)a$ dont l'axe coïncide avec les électrodes.

3.8.1.6 Gradient

La pénétration est fonction seulement de a et du volume et contraste de la masse. En général, la pénétration est de l'ordre de grandeur de a .

Résistivité - Dispositif gradient - Facteur de correction F

$$\rho_a = n^{\frac{2}{3}} \times F \times \frac{V}{I}$$

$$\text{À } z = 0, D = 0, F = 3.1416$$

$$D = d/a$$

Région permise : $-0.5 \leq D \leq +0.5$

$$z = x/a \quad -0.5 \leq z \leq +0.5$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\partial\pi} \left\{ \frac{(1-D)}{[(1+D)^2 + z^2]^{3/2}} + \frac{(1+D)}{[(1+D)^2 + z^2]^{3/2}} \right\}$$

3.9 Autres applications pratiques

3.9.1 Les lignes équipotentiellles

Il suffit d'injecter du courant dans le sol, de mesurer ΔV en plusieurs points et de tracer les lignes équipotentiellles. Toute hétérogénéité sera traduite par une distorsion des équipotentiellles.

Pour une électrode ponctuelle, les équipotentiellles sont circulaires (figure 3.34). Si on utilise une ou deux électrodes linéaires, les équipotentiellles auront une forme linéaire, parallèle aux électrodes. Les lignes de courant traversent le conducteur, les équipotentiellles l'évitent.

3.9.1.1 Mesure des équipotentiellles

Le matériel de mesure et la procédure sont semblables à la P.S., il suffit seulement de rajouter une source de courant. Il faut toujours bien planter les électrodes et bien arroser. Dans le cas d'une électrode linéaire (ce qui est plus courant), on tâche de mettre les électrodes le plus près possible (~ 50 m). Il faut s'appliquer à obtenir un bon contact pour que le courant soit réparti le plus uniformément possible. Finalement, les mesures se font comme pour la P.S., soit avec une électrode fixe et l'autre mobile, soit avec deux électrodes mobiles (gradient).

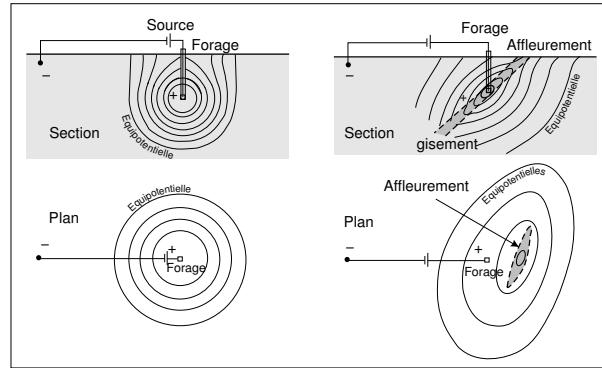


Figure 3.34: Équipotentiels produits par une électrode ponctuelle.

3.9.1.2 Interprétation des résultats

L'interprétation se fait comme pour la P.S., par contours. Dans ce cas, l'anomalie est directement au-dessus du corps, mais peut être déplacée par un effet topo ; l'interprétation surtout qualitative ; on a idée du pendage avec le gradient des courbes ; la forme et l'extension de l'anomalie est indiquée par les contours.

Cette méthode n'est plus tellement utilisée de nos jours ; l'interprétation est difficile quoique la méthode demeure rapide et économique.

3.9.2 Mise-à-la-masse

La mise-à-la-masse est utilisée lorsqu'une zone conductrice est déjà repérée, soit par affleurement ou par forage (figure 3.34). Une électrode de courant est placée directement dans la zone conductrice et l'autre est placée à l'infini. Toute la zone minéralisée sert alors d'électrode.

On mesure le potentiel autour de la zone (de la même façon que pour la P.S.) et on produit une carte de contours. Les mesures permettent d'avoir (1) l'extension, (2) une idée de pendage, (3) la direction et (4) la continuité de la zone. L'interprétation est donc qualitative.

Si deux zones sont en contact, on n'aura pas la même réponse que si elles sont séparées. Notons aussi que la mise-à-la-masse n'est pas un outil de reconnaissance puisqu'il faut déjà savoir où sont les conducteurs.

4 La polarisation provoquée

Jusqu'ici on a supposé que lorsqu'on injectait un courant dans le sol, le potentiel mesuré en surface était obtenu instantanément et que, d'une façon similaire, lorsque le courant est coupé, le potentiel tombe instantanément à zéro. Dans la pratique, il n'en est rien. Il existe un délai entre le temps où le voltage atteint son maximum et aussi pour qu'il tombe à zéro. Ces délais tombent dans deux catégories : instrumentale et effet du sol. En général, les délais instrumentaux sont très faibles. Cependant, le délai du sous-sol, lui, est souvent significatif. Il varie de place en place et le temps de délai et la forme de la courbe de décharge constituent des paramètres utiles pour l'investigation du sol.

4.1 Origine et propriétés de la P.P.

Le passage d'un courant électrique dans un sol s'accompagne de processus électrochimiques dont le caractère et l'intensité dépendent directement des propriétés chimiques et physiques du sol.

Le passage du courant peut se faire de deux façons : (1) par conductibilité électrique pour laquelle il y a déplacement d'électrons libres dans les particules métalliques (pyrite, chalcopyrite, ...); et (2) par conductibilité ionique pour laquelle il y a déplacement d'ions dans les solutions contenues dans les pores et les fractures des roches.

La polarisation provoquée origine des processus électrochimiques qui se produisent lorsque le courant passe : (1) d'un milieu à conductibilité ionique (eau) à un milieu à conductibilité électronique; et (2) d'un milieu à conductibilité ionique à un milieu peu conducteur ou au contact d'un milieu de conductibilité ionique différente.

Examinons ces deux cas plus en détail.

4.1.1 Potentiel d'électrode

Le passage du courant dans le sol ou la roche se fait principalement par conduction ionique à travers des pores ou fractures remplis de solution. Or, il arrive que certains de ces pores soient bouchés par des particules métalliques, c'est le cas d'un minerai (figure 4.1). Puisque ces particules ne peuvent transmettre les ions, il y a accumulation des ions à la surface de la particule. Ces charges sont positives du côté A et négatives du côté B. Ces charges attirent ou repoussent des électrons dans la particule métallique. On obtient autour de la particule ce qui est appelé une *double couche* électrisée et la particule est dite *polarisée*. Si le courant d'émission cesse brusquement, cette double couche se décharge, se comportant comme un condensateur moléculaire.

Puisque chaque pore bloqué devient polarisé, l'effet P.P. total dépend donc du nombre de pores bloqués. Ce phénomène ne dépend donc pas seulement du volume du minerai, mais aussi de son état de dissémination. On notera cependant que de très petits grains offrent une très grande résistance électrique, si bien que le courant d'excitation dans un minerai finement disséminé va suivre de façon

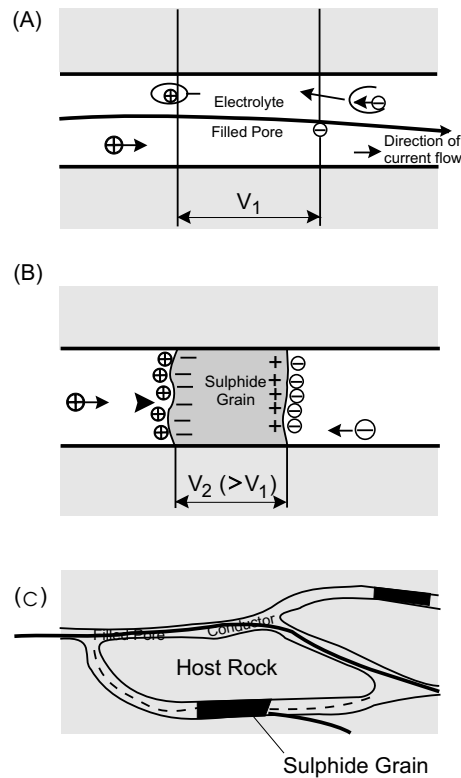


Figure 4.1: Génération de l'effet P.P. en présence de particules métalliques.

préférentielle les pores non obstrués, ce qui limite la réponse P.P. Une très grande porosité et une forte conductivité des fluides remplissant les pores vont également tendre à réduire la réponse P.P. puisque les deux tendent à court-circuiter le courant à travers les passages libres.

Le temps de délai mesuré est variable. Il dépend de facteurs tels que :

- la structure de la roche,
- la perméabilité,
- le diamètre des pores,
- la conductivité des fluides d'imbibition,
- la conductivité des particules métalliques.

Le phénomène ci-haut décrit s'appelle le potentiel d'électrode. Le deuxième phénomène responsable de l'effet P.P. est le potentiel de membrane.

4.1.2 Potentiel de membrane

Ce phénomène est plus ou moins bien compris, mais on suppose qu'il s'agit d'un genre de filtration d'ions dû à la présence de minéraux argileux (figures 4.2 et 4.3). Dans ce cas, des ions de diamètres différents sont séparés à cause de la finesse des pores du matériau qu'ils essaient de traverser. Les argiles agissent comme des filtres très fins, le diamètre des pores étant du même ordre de grandeur que celui des ions. Cependant, les ions négatifs ont tendance à être plus gros que les ions positifs et sont davantage retenus. Ceci produit une surface chargée négativement. Les charges négatives attirent un certain nombre de charges positives pour maintenir l'équilibre électrique et une *double couche* électrique en résulte.

Lorsqu'un courant traverse les argiles, l'équilibre de la double couche est rompu et une nouvelle

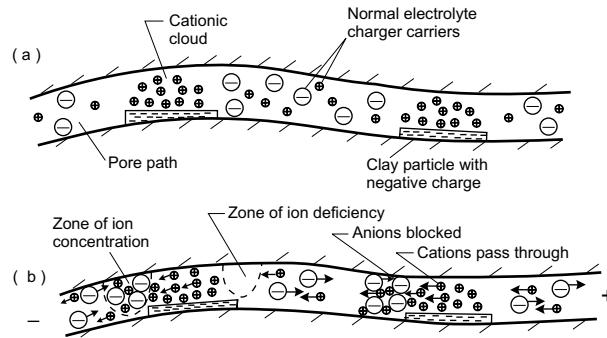


Figure 4.2: Génération du potentiel de membrane.

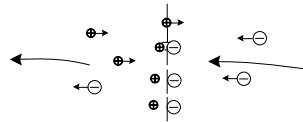


Figure 4.3: Génération du potentiel de membrane par une double couche.

forme d'équilibre s'établit sur une certaine période de temps. Lorsque le courant d'excitation est coupé, les charges se redistribuent selon leur état d'équilibre premier. Comme un délai se produit, on a un effet P.P.

Dans la polarisation de membrane, on doit aussi considérer que la plupart des minéraux ont une charge nette négative à l'interface entre la surface de la roche et le fluide contenu dans les pores. Les ions positifs sont donc attirés vers l'interface et les ions négatifs repoussés. Cette concentration d'ions positifs peut atteindre une épaisseur de 10^{-6} cm. Si le pore a un diamètre de cet ordre de grandeur, le déplacement des ions négatifs sera empêché lors de l'application d'un courant externe, produisant une accumulation de charge et une polarisation. Lorsque le courant est coupé, les ions reviennent à leur état d'origine en un temps fini, produisant un effet P.P. La chose la plus importante à retenir est que l'effet P.P. provient du blocage des ions dans un conducteur ionique.

En prospection minière, la polarisation de membrane est souvent vue comme un effet parasite car il complique les mesures et l'interprétation de l'effet P.P. lorsqu'on cherche des minéraux. Il n'y a pas vraiment d'utilité à détecter des argiles par la P.P., en tout cas pas en exploration minière.

4.1.3 Minéraux donnant des effets P.P.

1. la plupart des sulfures ;
2. quelques oxydes (la magnétite) ;
3. graphite ;
4. certains argiles (bentonite).

L'effet P.P. pour la polarisation de membrane est un phénomène plus faible que celui de la polarisation d'électrode. Les deux effets sont semblables et rien ne permet de les distinguer dans les mesures.

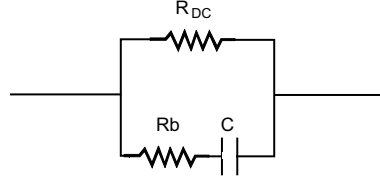


Figure 4.4: Circuit électrique équivalent à l'effet P.P.

4.2 Circuit électrique équivalent

D'un point de vue électrique, on peut grossièrement représenter une roche présentant un effet P.P. au circuit de la figure 4.4 où R_{DC} est la résistance due à la conduction ionique dans les pores non bouchés, R_b est la résistance due à la conduction ionique dans les pores bouchés, C est la capacitance représentant la charge qui s'installe sur les particules métalliques lorsque le courant est injecté.

L'impédance du système est

$$\frac{1}{Z_f} = \frac{1}{Z_{DC}} + \frac{1}{Z_b}, \quad (4.1)$$

ou bien

$$Z_f = \frac{Z_b Z_{DC}}{Z_b + Z_{DC}} \quad (4.2)$$

avec $Z_b = R_b + \frac{1}{i\omega C}$. À basse fréquence, la capacitance agit comme un circuit ouvert et on mesure R_{DC} seulement. À plus haute fréquence, la capacitance approche le court-circuit et le calcul de R dépend de R_b et R_{DC} . Le voltage transitoire vaut

$$V(t) = V_o \left[\frac{R_{DC}}{R_{DC} + R_b} \right] e^{-t/\tau}, \quad (4.3)$$

où $\tau = (R_b + R_{DC})C$ est la constante de temps du système.

4.3 Étude de la courbe de décharge

4.3.1 Concept de chargeabilité

Si dans un milieu hétérogène, nous introduisons un courant par deux électrodes, alors la différence de potentiel entre deux autres électrodes va être donnée par

$$V = \frac{I}{\sigma} F(s, g) \quad (4.4)$$

Cette relation est vraie s'il n'y a pas d'effets de polarisation. $F(s, g)$ est fonction de la grandeur et de la forme du corps et de la géométrie des électrodes.

Si, comme à la figure 4.5, on introduit maintenant un phénomène de polarisation (réel, pour tout mécanisme), on peut le représenter comme étant une distribution de dipôles électriques s'apparentant à de petites piles électriques dont l'intensité est proportionnelle à la densité du courant primaire, appelée J , et qui s'opposent au courant principal. Si la constante de proportionnalité est appelée m , alors la densité de courant réelle sera de $J - mJ = J(1 - m)$.

Puisque l'intensité du courant est proportionnelle à la densité du courant, le potentiel entre deux électrodes augmentera donc à

$$V_o = \frac{I}{\sigma(1 - m)} F(s, g) \quad (4.5)$$

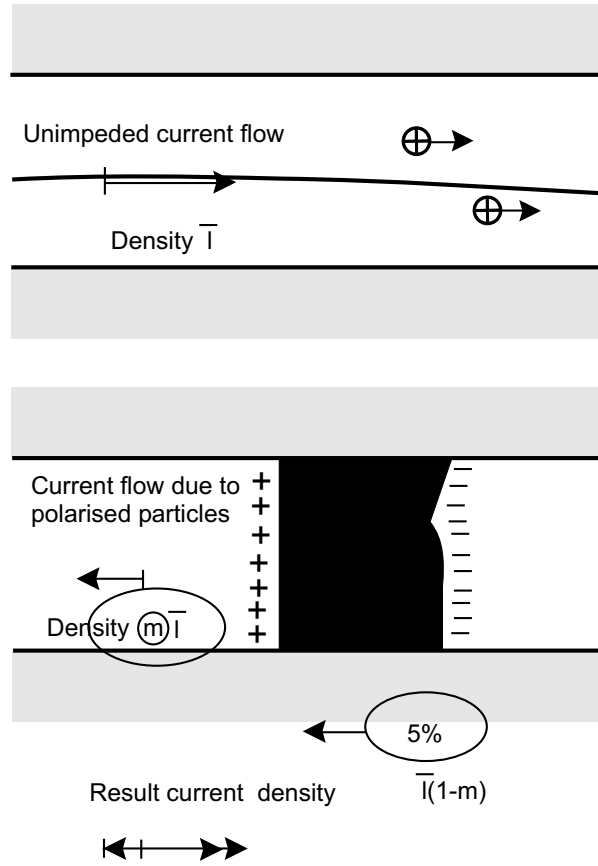


Figure 4.5: Réduction de l'intensité du courant en présence de polarisation.

L'augmentation du voltage, appelée voltage secondaire V_s , est donné par

$$\begin{aligned} V_s = V_o - V &= \frac{I}{\sigma} F(s, g) \left(\frac{1}{1-m} - 1 \right) \\ &= \frac{I}{\sigma} F(s, g) \frac{m}{1-m} \end{aligned} \quad (4.6)$$

et le rapport entre la valeur maximale de V_s sur le voltage observé

$$\frac{V_s}{V_o} = \frac{V_o - V}{V_o} = m \quad (4.7)$$

m est appelé la chargeabilité du médium. L'expression de la chargeabilité ne contient aucun facteur géométrique donc, idéalement, m est un effet des volumes. Le rapport $\frac{V_s}{V_o}$ devrait être indépendant de :

1. la topographie,
2. la géométrie des électrodes,
3. la grosseur et la forme de l'échantillon (pour des échantillons homogènes tel qu'utilisés en laboratoire).

On peut se demander ce que la mesure de la chargeabilité implique comme opération sur le terrain. On mentionnera que la chargeabilité peut être mesurée de deux manières sur le terrain : (1) dans le domaine du temps, ou transitoire, et (2) dans le domaine des fréquences.

Nous commencerons donc par examiner le problème sous sa forme la plus utilisée et la plus visuelle, le domaine du temps.

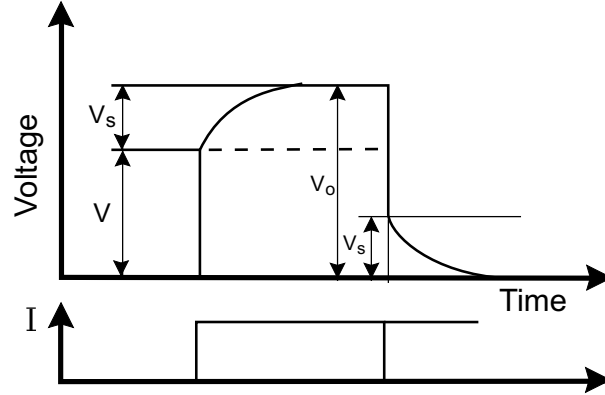


Figure 4.6: Courbe de décharge.

4.4 Mesure de la P.P. dans le domaine du temps

Tel que mentionné, l'application d'un courant continu dans le sol suivi de son arrêt produira une courbe voltage-temps telle que celle de la figure suivante. Le voltage V_o est celui qui est observé et mesuré et est dû à l'application du courant et aux effets de polarisation. Le voltage continu V_s est celui qui serait observé immédiatement après que le courant fut coupé et ce, si ce courant avait été appliqué suffisamment longtemps pour que V_o atteigne son maximum. On voit facilement que $V_s = V_o - V$.

Dans des travaux pratiques, la vraie chargeabilité d'un milieu ne peut être mesurée ou si elle le peut, elle n'est d'aucun intérêt puisque cela impliquerait que le sous-sol est homogène. Nous recherchons des endroits où il y a des hétérogénéités. Donc ce que nous mesurons vraiment est la chargeabilité apparente m_a qui est une fonction des vraies chargeabilités et résistivités des matériaux sondés.

Trois points méritent aussi d'être mentionnés à ce sujet. Il s'agit de chargeabilité apparente parce que :

1. m_a est fonction de tous les m_i présents ;
2. V et les autres voltages dépendent du temps *on* de l'émetteur, à moins que $t \rightarrow \infty$;
3. à cause de problèmes pratiques, V_s ne peut être mesuré donc un autre voltage plus petit que V_s est utilisé. (N'oublions pas que V_s est le voltage immédiatement après la coupure).

Le problème principal dans l'observation de V_s provient de sa nature transitoire. Lorsque le courant est tourné *on* et *off* instantanément, il se produit toute sorte de voltages secondaires transitoires dans le sous-sol et dans l'équipement. Ceci se produit dans tout système ayant de l'inductance. Nous devons donc attendre avant de pouvoir mesurer V_s , donc on ne mesure pas vraiment V_s .

En principe, il est possible de mesurer la courbe voltage-temps et d'extrapoler vers le temps où le courant a été coupé pour obtenir V_s directement. Cette approche est trop compliquée du point de vue appareillage et temps. On mesure alors un autre voltage qui peut s'exprimer comme

$$V_t = F(m_a, V_o, t). \quad (4.8)$$

Puisque V_o est connu, la fonction $F(m_a, V_o, t)$ ne dépend que de m_a . Si les mesures sont faites à des temps fixes alors on peut avoir une idée des valeurs relatives de V_t pour différents m .

$$m = \frac{1}{V_o} \int_a^b V_t(t) dt. \quad (4.9)$$

Pour avoir des chiffres significatifs, on aura des mesures en ms ou mV/V.

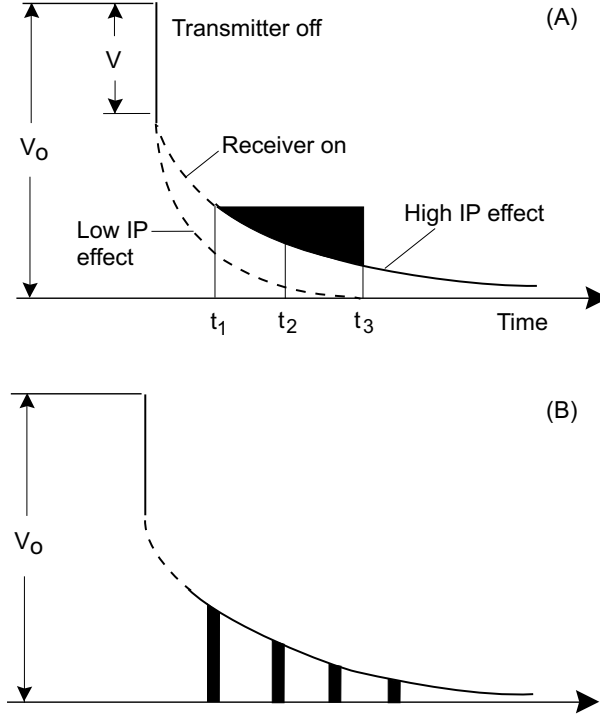


Figure 4.7: Courbe de décharge.

4.5 Mesure de la P.P. dans le domaine de fréquences

L'intérêt de la méthode en fréquence réside dans le fait que la résistivité apparente mesurée change avec la fréquence du courant appliqué. Le fait que ρ_a change avec la fréquence peut être facilement compris. Lorsque la fréquence est élevée, le temps d'injection est court et la polarisation n'a pas le temps de se produire. Alors le voltage V_o mesuré est proche de V , beaucoup plus faible que si la polarisation avait le temps de se produire, ainsi ρ_a est plus faible. La résistivité mesurée à haute fréquence est donc celle qui serait mesurée s'il n'y avait pas d'effet P.P.

D'un autre côté, à basse fréquence, le voltage a le temps d'augmenter et d'atteindre un maximum alors V_o est plus grand et ρ_a est plus élevée. Pour rendre utilisable cette propriété, un paramètre appelé effet de fréquence (ou EF , en anglais *frequency effect*) a été défini

$$EF = \frac{\rho_{DC} - \rho_{AC}}{\rho_{AC}} \quad (4.10)$$

où $\rho_{DC} = \rho$ pour $f = 0$ et où $\rho_{AC} = \rho$ à hautes fréquences.

En pratique, on utilise ρ_{DC} pour f compris entre 0.05 et 0.5 Hz, et ρ_{AC} pour f supérieur à 10 Hz.

4.6 Relation entre la chargeabilité et l'effet de fréquence

Intuitivement, on sait que puisque l' EF dépend de V_s et que V_s définit la chargeabilité, m et EF doivent être reliés.

En l'absence d'effet P.P., on a

$$V = \frac{I}{\sigma} F(s, g) = \frac{I}{\sigma_{AC}} F(s, g).$$

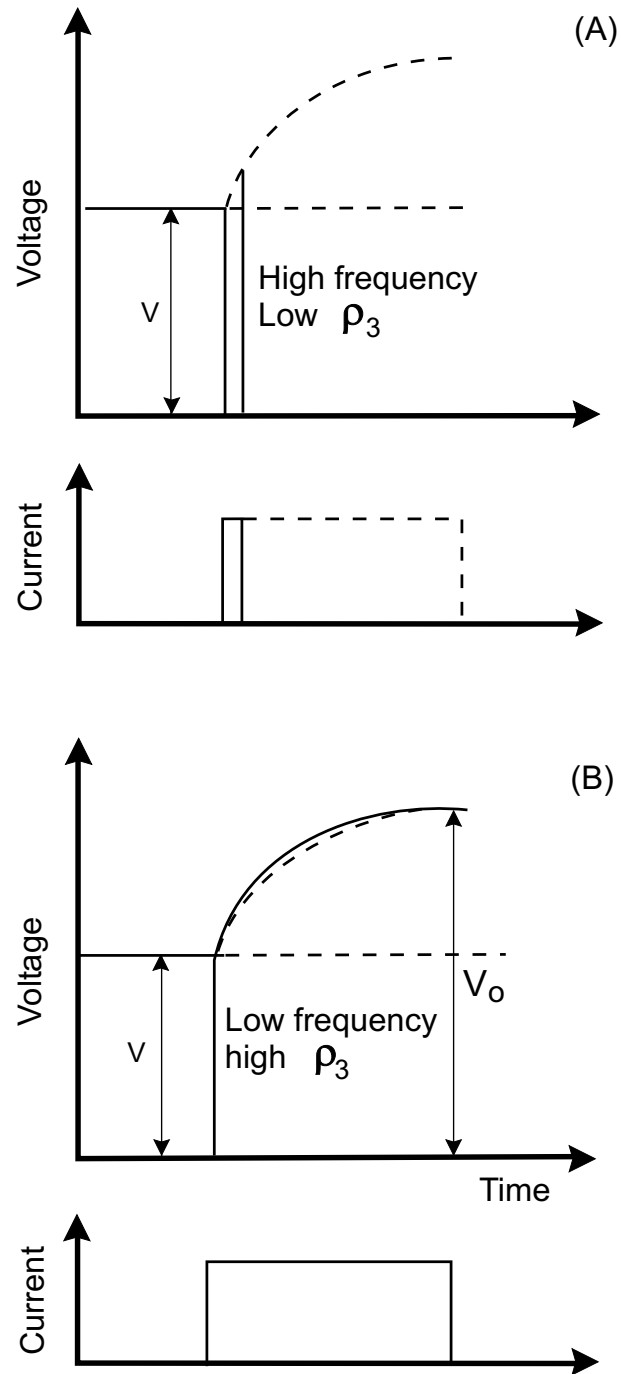


Figure 4.8: Effet de la fréquence sur la résistivité apparente.

En présence d'effet P.P., on a

$$V_o = \frac{I}{\sigma_{AC}(1-m)} F(s, g).$$

La conductivité mesurée serait la même que celle mesurée en utilisant un courant DC dans le domaine des fréquences, soit

$$V_o = \frac{I}{\sigma_{DC}} F(s, g),$$

donc

$$\rho_{AC} = \rho_{DC}(1-m).$$

D'après la définition de l' EF

$$EF = \frac{\rho_{DC} - \rho_{DC}(1-m)}{\rho_{DC}(1-m)} = \frac{m}{1-m}, \quad (4.11)$$

ou alors

$$m = \frac{EF}{1+EF}. \quad (4.12)$$

Si $EF \ll 1$, donc $\rho_{DC} = \rho_{AC}$, c'est-à-dire que le matériau n'est pas polarisable ($m = EF$). Les équations montrent que les deux méthodes sont semblables et mesurent la même chose.

En pratique, ces relations ne sont pas rigoureusement vérifiées parce qu'une analyse complète de la P.P. n'est pas disponible (simplifications dans les deux cas) et aussi parce que les mesures ne sont pas absolument faites en DC et THF (très hautes fréquences).

4.7 Le facteur métal

On définit un deuxième paramètre appelé le facteur métal FM égal à

$$FM = \frac{EF}{\rho_{DC}} \times 2\pi \times 10^5.$$

Le FM est une mesure par laquelle on tente de corriger l'effet sur la P.P. de la variation de résistivité d'un milieu à un autre. Le facteur 2π indique une géométrie semi-infinie et la constante 10^5 ne sert qu'à obtenir des chiffres significatifs.

4.8 La P.P. multi-fréquentielle

La disponibilité de programmes d'inversion rapide permet l'analyse de mesure de P.P. complexe. On sait que le mécanisme contrôlant l'effet P.P. résulte en un déphasage entre le courant injecté dans le sol et le voltage résultant. L'idée derrière la P.P. multi-fréquentielle est d'utiliser ce déphasage pour essayer de discriminer entre les différentes sortes de minéralisation dans le sol. Ainsi, les sulfures massifs et le graphite ont des signatures spectrales différentes de la pyrrhotite et la magnétite qui ont des signatures semblables.

Le circuit équivalent (figure 4.9) à l'effet observé dans le sol est appelé le modèle Cole-Cole. On a observé qu'une source de bruit importante dans les mesures P.P. est le couplage électromagnétique (EM). Le modèle de Cole-Cole permet de soustraire cet effet des mesures. Il dépend des paramètres suivants :

- R_o résistivité DC simulant les pores non obstrués (R_o ne dépend pas de la minéralisation présente);

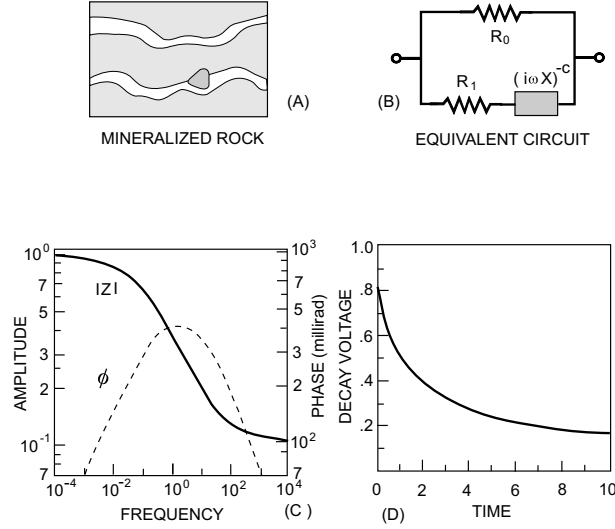


Figure 4.9: Modèle Cole-Cole.

- m la chargeabilité;
- τ constante de temps pour l'effet P.P. ;
- c constante qui caractérise la dépendance en fréquence de phénomène (c varie entre 0.25 et 0.35 pour la plupart des effets P.P.).

Le modèle est décrit par

$$Z = R_o \left[1 - m \left(1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau)^c} \right) \right]. \quad (4.13)$$

Notons que m et τ varient beaucoup avec le type et la qualité de minéralisation. L'influence de m sur Z est illustrée à la figure 4.10.

Le modèle Cole-Cole est également utilisé pour discriminer les types de gisement. À basse fréquence, l'impédance $\|Z\|$ vaut R_o , à haute fréquence $\|Z\|$ est l'équivalent de R_o en parallèle avec R_1 . Entre les deux, il y a une zone de transition où l'amplitude décroît lentement et le déphasage augmente avec la fréquence.

Il existe des programmes d'inversion qui permettent de retrouver les quatre paramètres à partir de données de terrain.

4.9 Interprétation des données P.P.

4.9.1 Présentation des données

Généralement, les données P.P. sont présentées sous forme de pseudo-sections de résistivité apparente et de chargeabilité. Les mesures sont habituellement réalisées avec une configuration d'électrode dipôle-dipôle. Si l'écartement n augmente, la résolution diminue (*averaging effect*).

Construction de la pseudo-section

Les données mesurées sont présentées en sections de contour ou de couleur. L'axe vertical est une pseudo-profondeur proportionnelle à l'écartement des électrodes n . La mesure est reportée au point :

- d'abscisse = milieu du dispositif utilisé ;

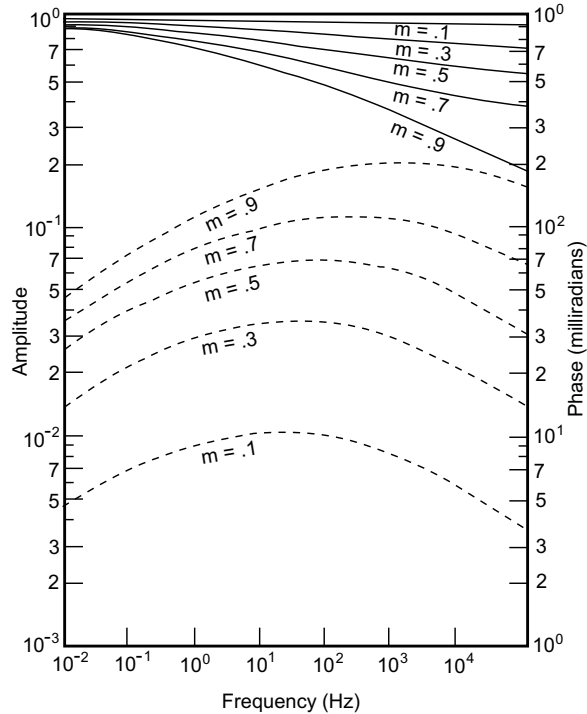


Figure 4.10: Influence de la chargeabilité sur l'impédance complexe (modèle Cole-Cole).

- d'ordonnée = pseudo-profondeur n .

4.9.2 Réponses types

Les effets topographiques vont occasionner des anomalies parasites importantes. On peut soustraire la réponse due à l'effet topographique.

Un dyke vertical est représenté par une anomalie conique caractéristique (figures 4.16 et 4.17).

L'amplitude de l'anomalie diminue fortement si la profondeur du corps générant l'anomalie augmente (figures 4.18 et 4.19).

La présence d'un mort-terrain conducteur a pour effet de camoufler la réponse du corps sous-jacent (figure 4.20).

La mesure de chargeabilité peut compenser pour les faibles anomalies de ρ_a lorsque le conducteur est profond (figure 4.21).

L'anomalie P.P. est généralement de plus grande amplitude qu'en résistivité DC (pour les métaux).

4.9.3 Interprétation semi-quantitative

Profondeur

Il existe des règles de pouce pour évaluer de façon approximative la profondeur d'une structure conductrice, résistante ou polarisable sur une pseudo-section. La profondeur est fonction de l'écartement initial des électrodes a et du facteur multiplicatif d'écartement n du dispositif. Le facteur n peut être évalué à une demi unité près (i.e. 2.5 si l'anomalie max est entre $n=2$ et $n=3$). Ces

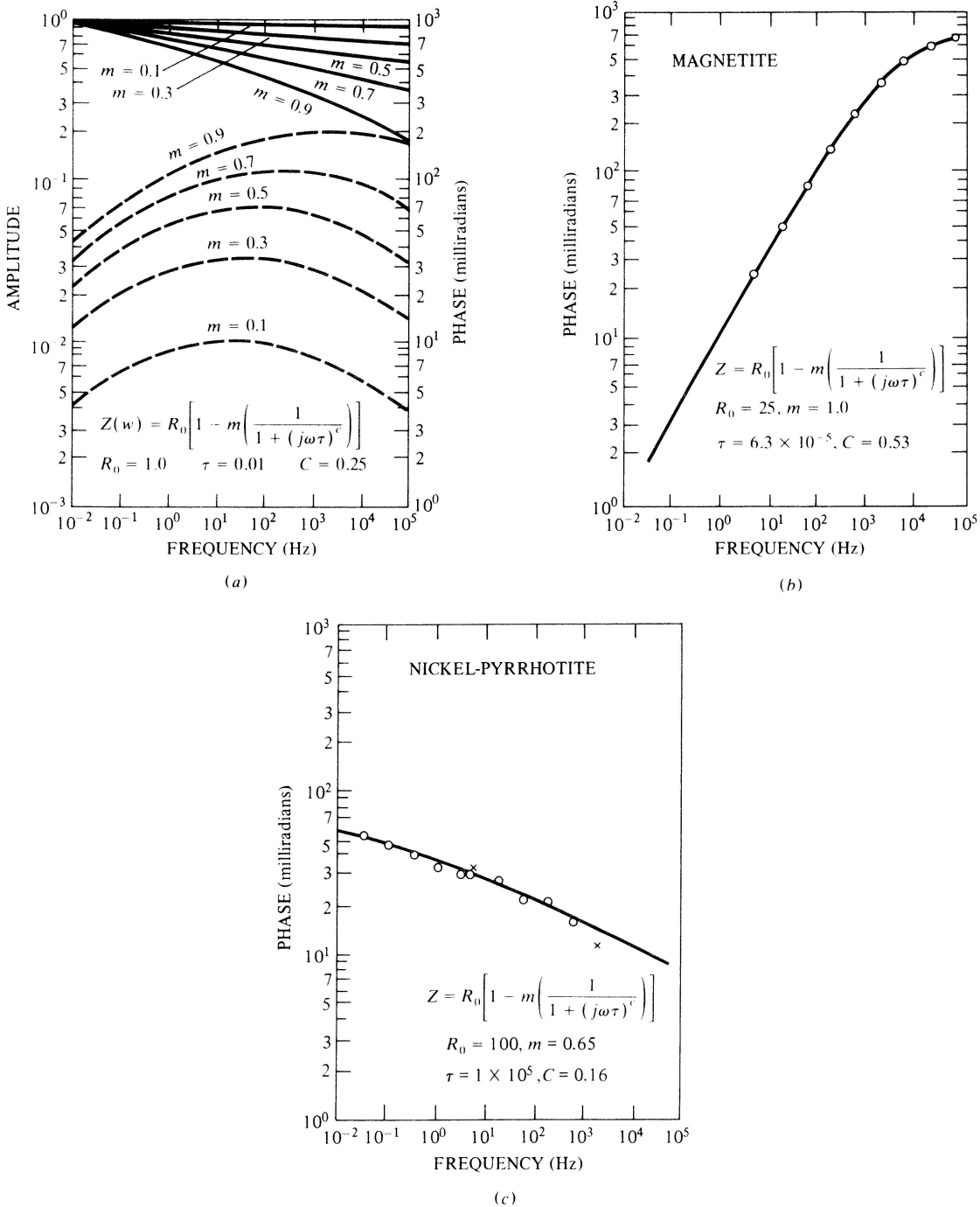
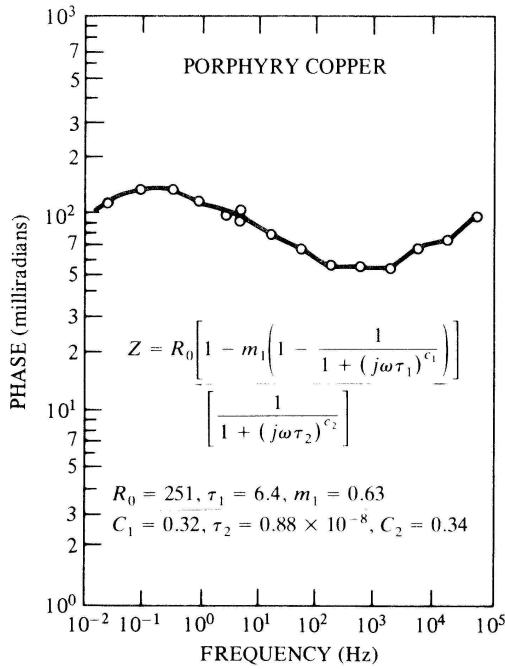
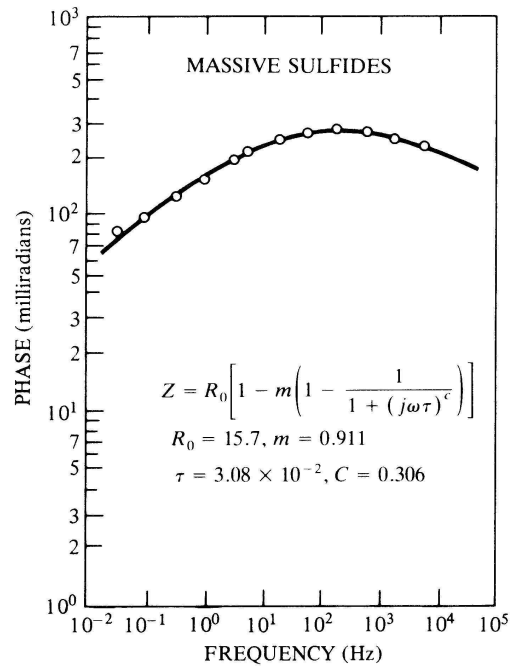


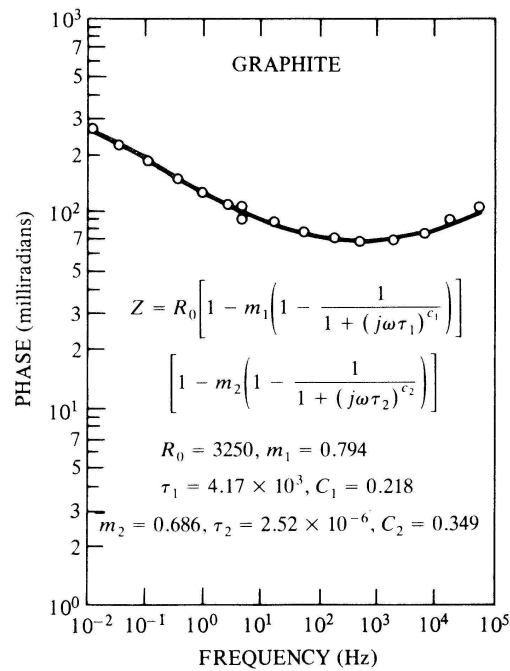
Figure 4.11: Signatures spectrales de l'effet P.P.



(d)



(e)



(f)

Figure 4.12: Signatures spectrales de l'effet P.P.

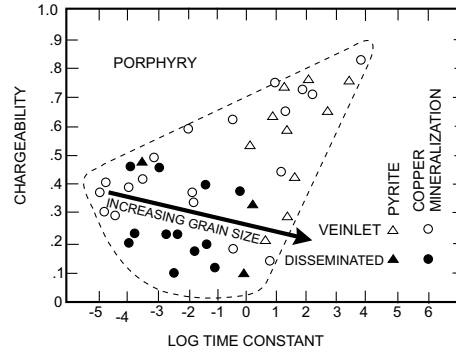


Figure 4.13: Chargeabilité et constante τ de différents dépôts de porphyre.

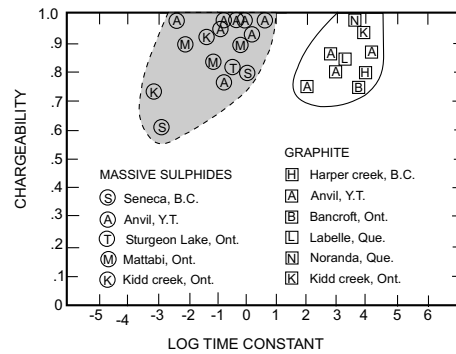


Figure 4.14: Chargeabilité et constante τ de différents dépôts de sulfures et graphite.

règles sont données au tableau 4.1.

4.10 Équipement

4.10.1 Sources de courant

Pour les mesures P.P. en exploration, les sources doivent être puissantes car les distances entre électrodes peuvent être grandes. On utilise alors des génératrices permettant d'atteindre des puissances de 1 à 10 kW. Pour les mesures DC en environnement ou en génie, les écartements entre électrodes sont plus modestes, et une batterie de voiture 12V est suffisante pour alimenter la source de courant pendant une journée.

Lors de levés P.P., on utilise nécessairement un courant alternatif. Cependant, pour un levé de résistivité, il est possible d'utiliser une source DC directement (batterie 12V). L'avantage de la source DC est qu'on mesure la vraie résistivité DC. Cependant, la polarisation spontanée se superpose à

Tableau 4.1: Règles de pouce en interprétation P.P.

Configuration	Profondeur du sommet
Dipôle-dipôle	$0.19 (n + 2) a$
Pôle-dipôle	$0.24 (n + 2) a$
Pôle-pôle	$0.35 n a$

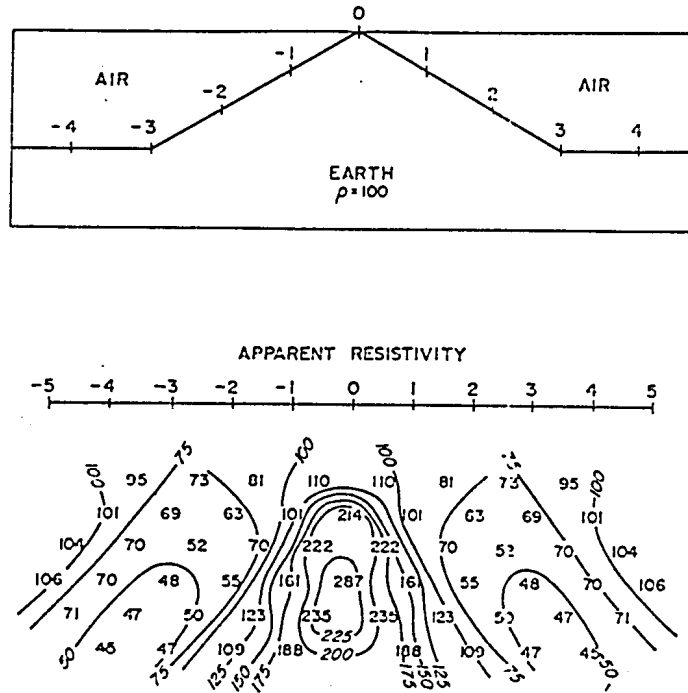


Fig. 5. Apparent resistivity anomaly due to a ridge with 30-degree slopes. Contour interval on pseudosection is 25 Ω -m.

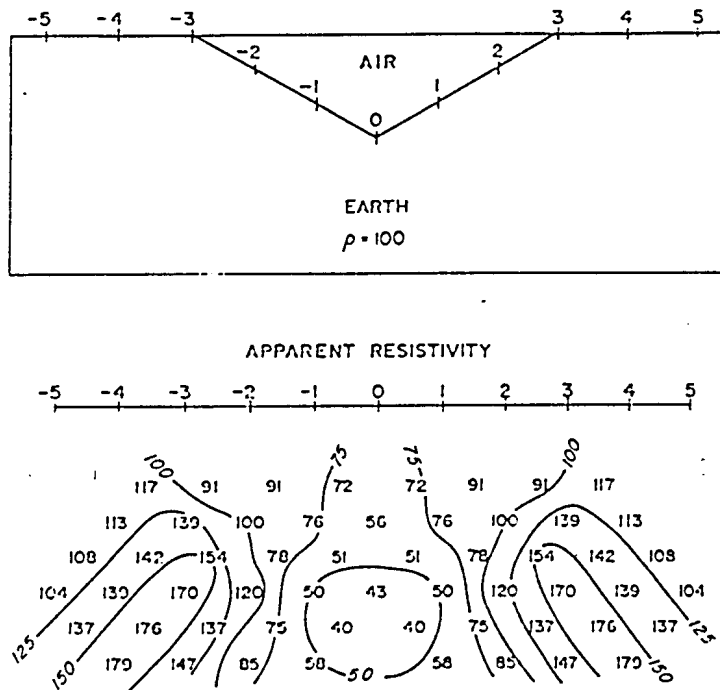


Fig. 4. Apparent resistivity anomaly due to a valley with 30-degree slopes. Contour interval on pseudosection is 25 Ω -m.

Figure 4.15: Effet topo

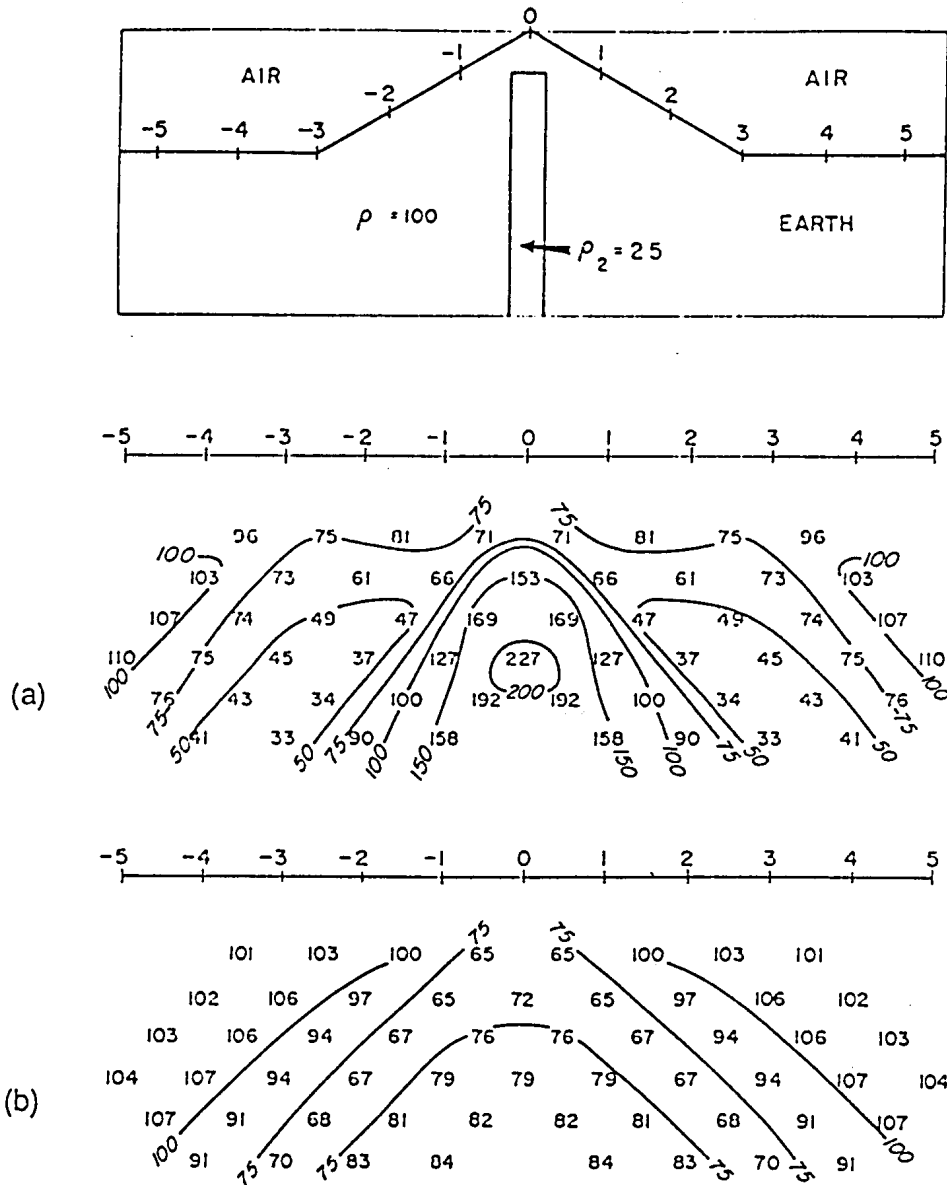


FIG. 10. Apparent resistivity over a buried dike under a ridge: (a) topographic effect included, (b) corrected for topography. Contour interval on pseudosections is 25 Ω -m.

Figure 4.16: Dyke vertical sous une crête

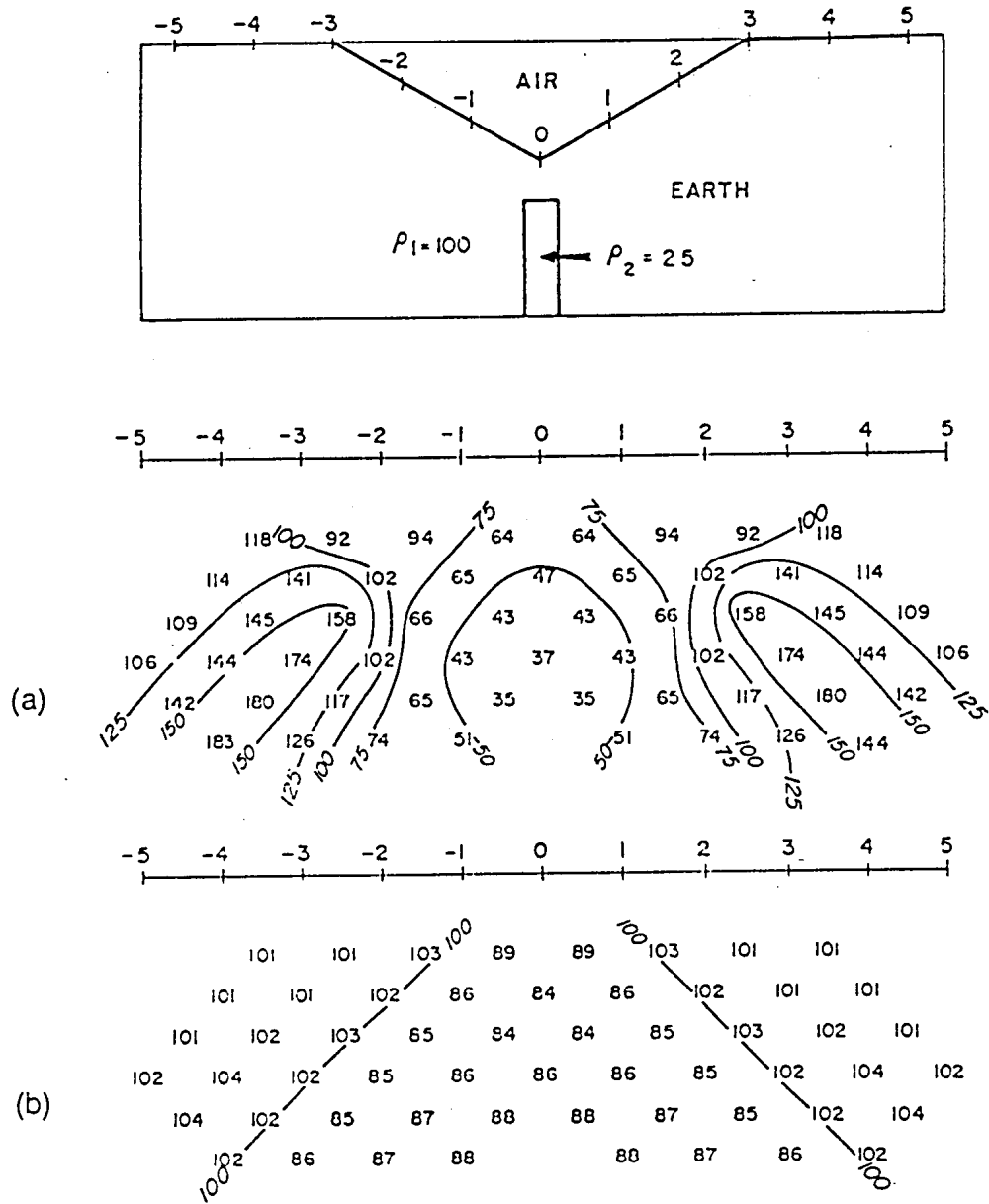
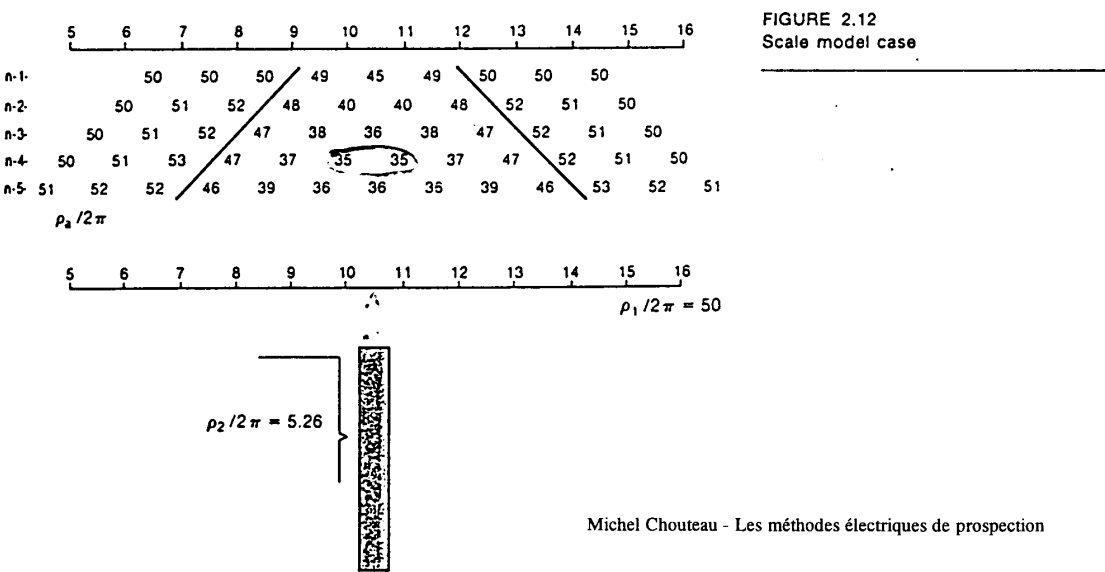
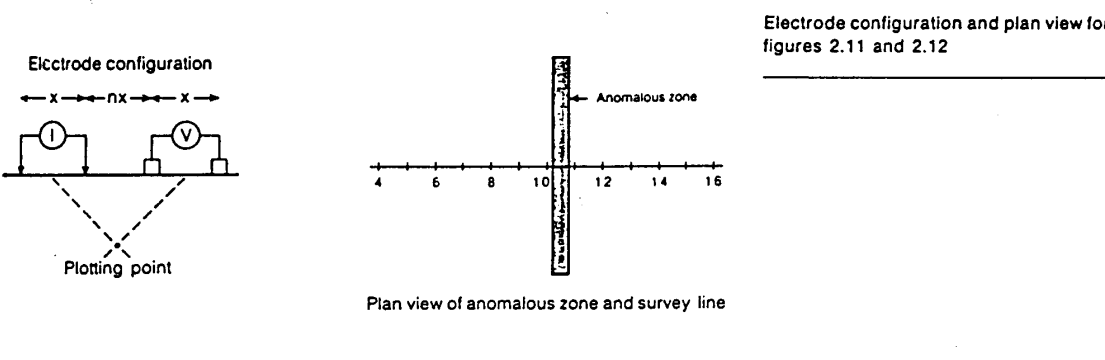
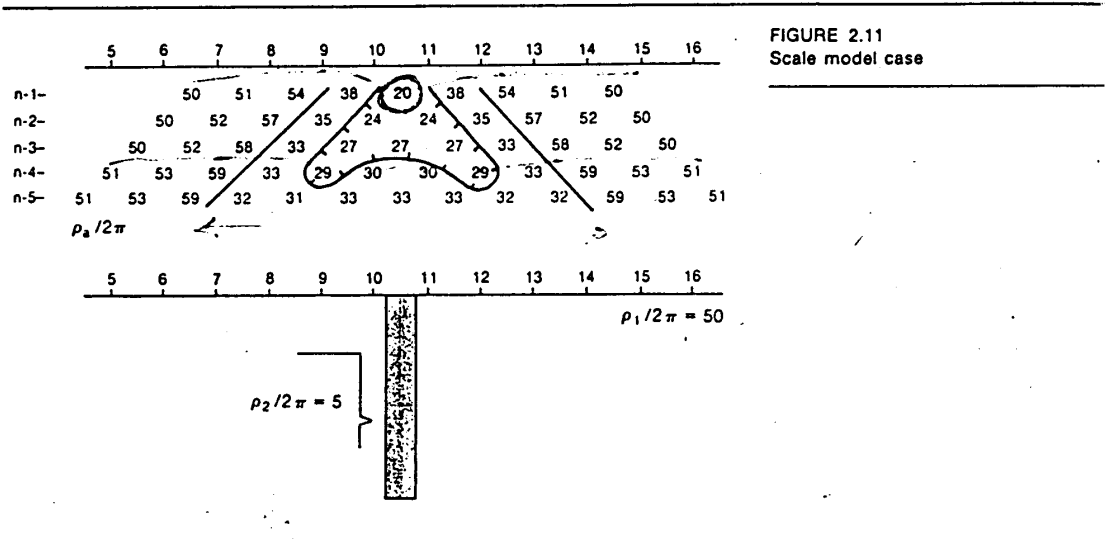


FIG. 9. Apparent resistivity over a buried dike under a valley: (a) topographic effect included, (b) corrected for topography. Contour interval on pseudosections is 25 Ω -m.

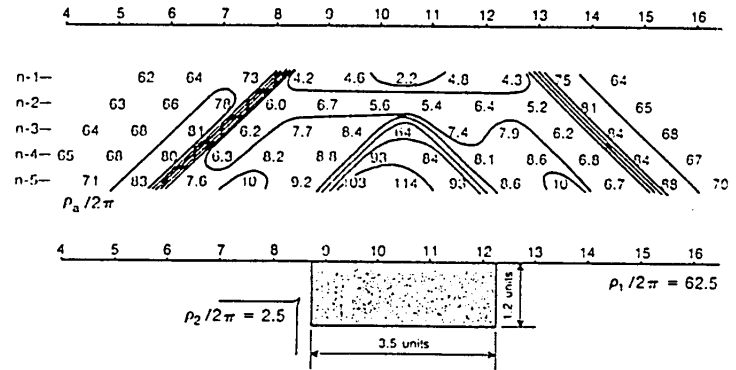
Figure 4.17: Dyke vertical sous une vallée



Michel Chouteau - Les méthodes électriques de prospection

Figure 4.18: Effet de la profondeur du corps

FIGURE 2.13
Scale model case



Electrode configuration and plan view for figures 2.13 and 2.14

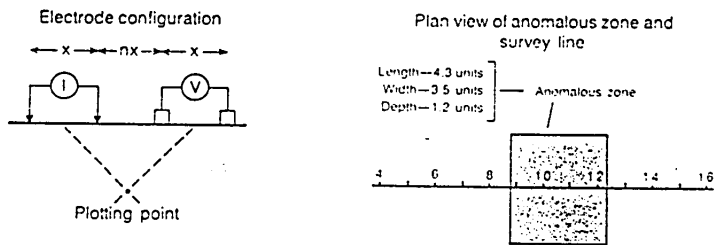


FIGURE 2.14
Scale model case

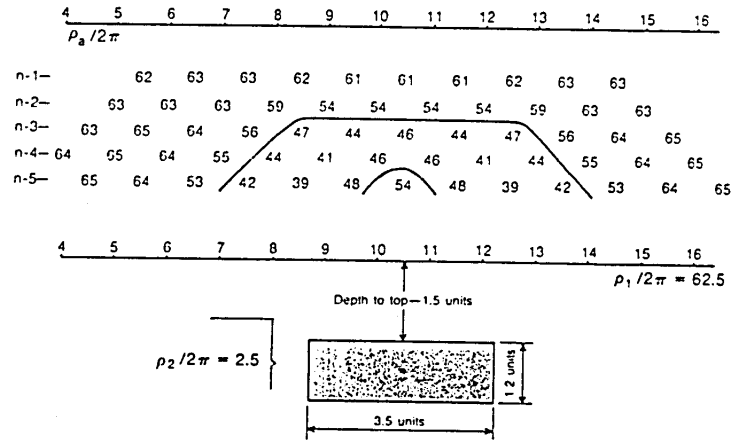


Figure 4.19: Effet de la profondeur du corps

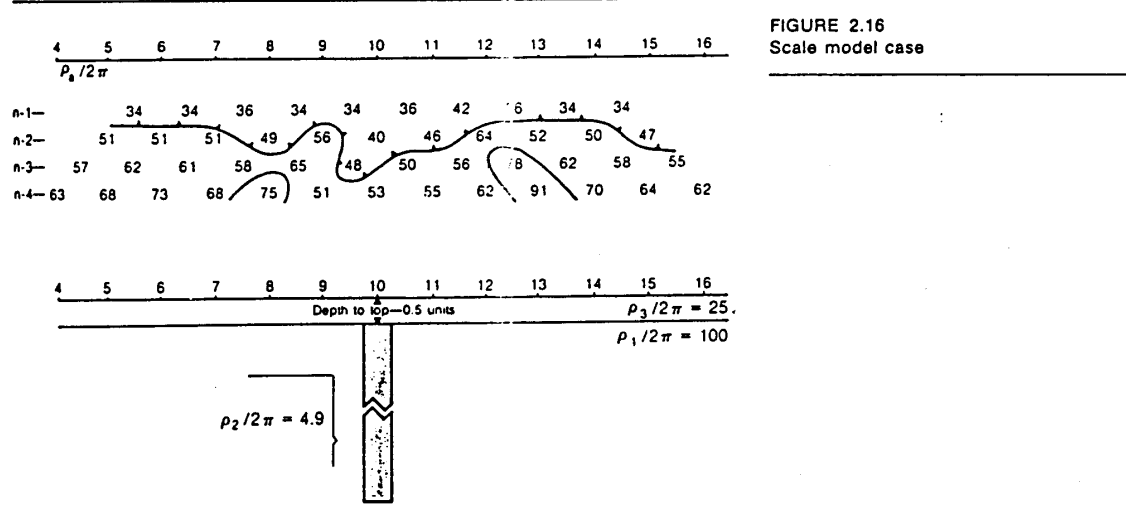
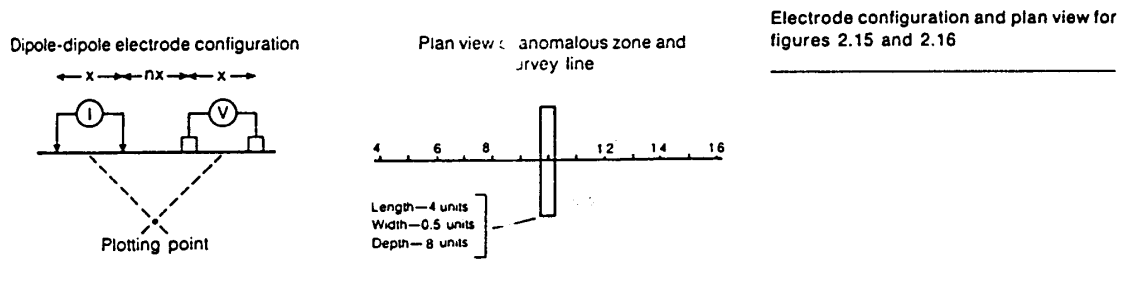
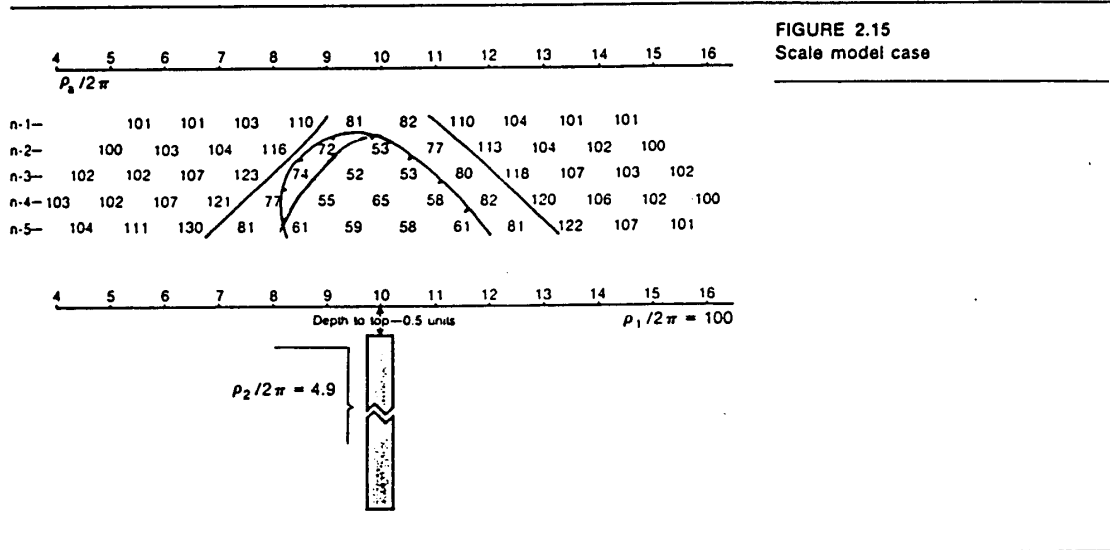
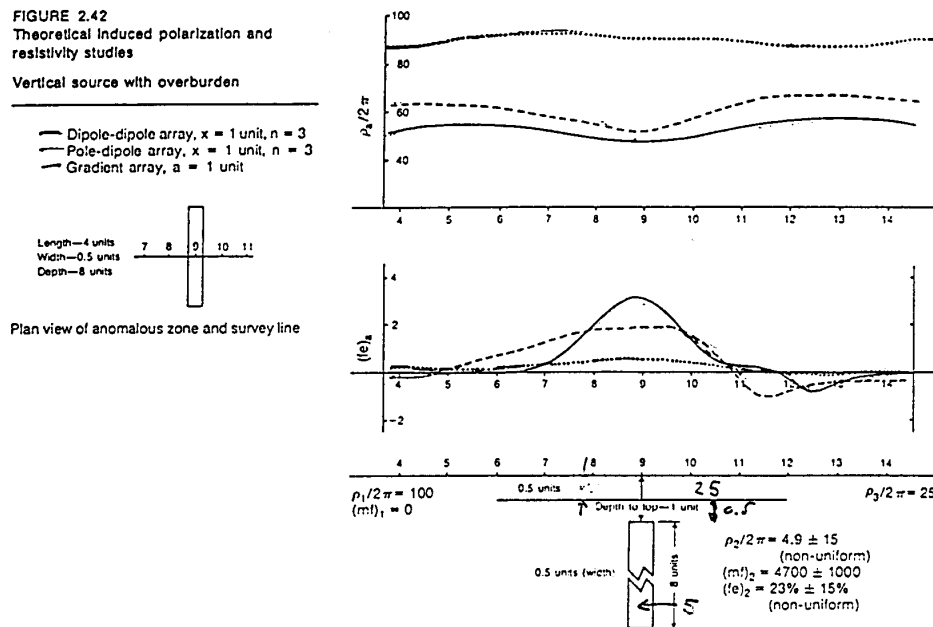


Figure 4.20: Effet du mort-terrain

Figure 4.21: Chargeabilité vs ρ_a

la mesure et il faut donc la mesurer séparément et la soustraire. De plus, l'utilisation d'une source DC requiert l'utilisation de pots poreux. Pour ces raisons, on travaille généralement avec une source AC de basse fréquence. Le signal est en habituellement une onde carrée avec inversion de polarité, qui permet de réduire les effets de polarisation électrolytique. L'avantage d'une source AC est donc qu'on élimine plus facilement l'effet dû à la P.S. Par contre, la résistivité mesurée n'est pas la vraie résistivité DC, mais est légèrement plus faible. La source AC entraîne également des problèmes de couplage et de courants de fuite (en particulier dans les sols humides).

4.10.2 Électrodes et câblage

Avec des sources AC, des électrodes métalliques sont adéquates. Elle sont plus faciles à manipuler et nécessitent peu d'entretien, contrairement aux pots poreux. Une longueur est 50 cm, permettant de les enfoncer de 10-15 cm, est suffisante. Si le sol est sec, il peu être nécessaire d'arroser les électrodes pour réduire la résistance de contact. En P.P., les câbles d'injection doivent pouvoir supporter de 5 à 10 kV.

5 Les mesures en forage (diagraphies)

Cette technique est connue depuis 1927, alors que les frères Schlumberger (France) ont fait premières mesures de résistivité. Actuellement, les sondes permettent de faire plusieurs mesures simultanément ou de façon indépendante : résistivité DC, effet P.P., PS, EM (multi-fréquence), sismique et sonique, inclinaison, etc.

5.1 Résistivité en forage

Pour les levés dits de type conventionnel, on dénombre quatre configurations de mesure :

1. P.S.;
2. 16" normal (sonde normale de 16"), tel qu'à la figure 5.1;
3. 64" normal (sonde normale de 64");
4. sonde latérale 18' 8", voir figure 5.2.

On retrouve aux figures 5.3, 5.4, 5.5, 5.6 et 5.7 des courbes réponses types pour les configurations conventionnelles.

Calcul de la résistivité vraie (R_t) de la formation

La résistivité mesurée dans le forage dépend de la résistivité de la boue en plus de la résistivité de la formation avoisinante. Une série de règles de calcul ont été mises au point pour déterminer R_t . Le schéma de la figure 5.8 illustre la variation radiale de la résistivité autour d'un forage.

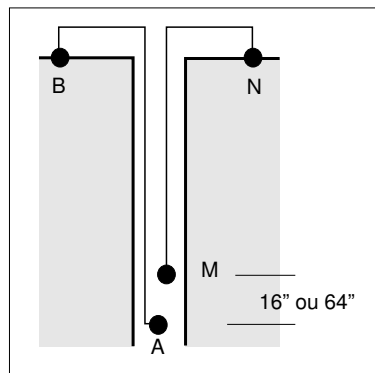


Figure 5.1: Configuration normale.

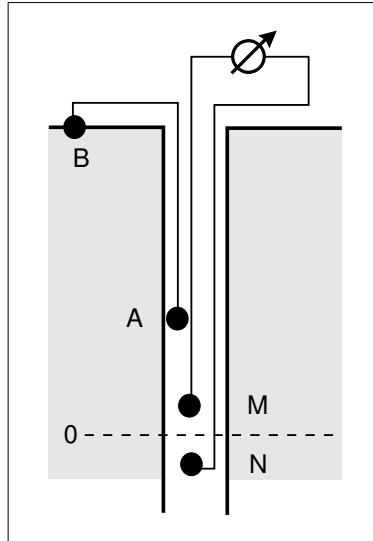


Figure 5.2: Configuration sonde latérale.

Dispositifs à focalisation de courant

Des dispositifs d'électrodes particuliers utilisant des électrodes supplémentaires permettent de canaliser le courant dans une région circulaire autour du forage (figures 5.9 et 5.10). On peut ainsi mesurer la résistivité d'un volume *aplati*, et déterminer la résistivité d'unités plus minces que ce qui est permis avec les sondes normale et latérale (Schlumberger, Laterolog).

Microlog

Dispositifs de petite échelle (1.5 à 2") permettant d'obtenir la résistivité de la boue et du *mudcake*. La pénétration est très faible.

5.1.1 Applications

En prospection pétrolière, les multiples mesures faites en forage permettent de bien caractériser les réservoirs. Par méthodes combinées, on peut évaluer la porosité, la saturation, la perméabilité, le contenu en hydrocarbures et la géométrie des structures. Ceci se fait à partir des mesures de la résistivité, de densité ($\gamma - \gamma$), de la P.S., de la radioactivité naturelle, de la température et de la pression.

Ces techniques sont applicables en recherche d'eau mais elles demeurent coûteuses, ce qui limite leur utilisation (elles ne sont pas nécessairement rentable).

En prospection minière, l'apparition de la P.P. a provoqué l'utilisation accrue des méthodes électriques en forage pour la caractérisation des gisements (figure 5.11). Elles renseignent sur la dissémination du minerai et donnent une idée de la distribution (mesures directionnelles).

Par ailleurs, les techniques de tomographie sont de plus en plus utilisées. Elles se font à partir de deux ou plusieurs trous et permettent de reconstruire un modèle 2D ou 3D du sous-sol.

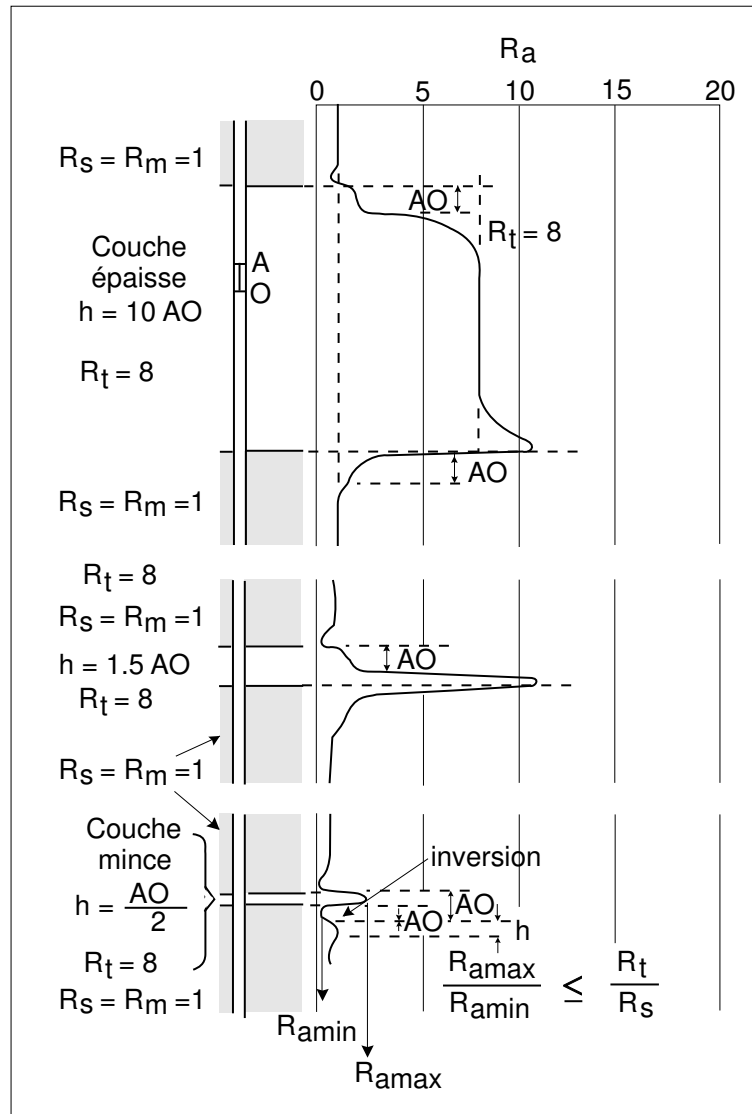


Figure 5.3: Sonde latérale - couche plus résistante que les formations adjacentes.

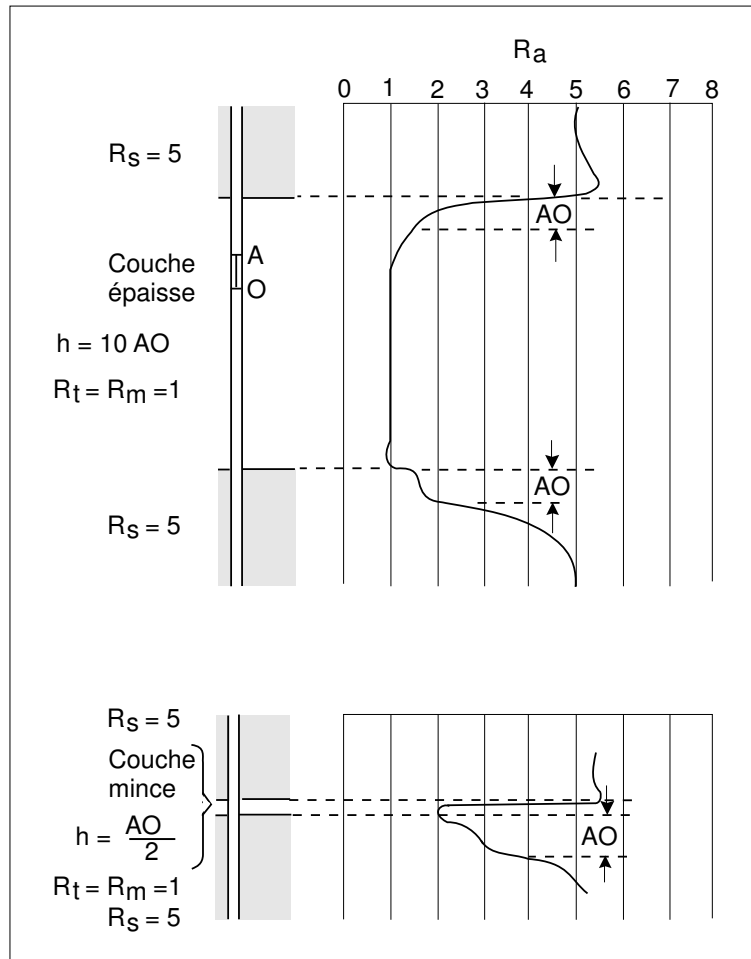


Figure 5.4: Sonde latérale - couche moins résistante que les formations adjacentes.

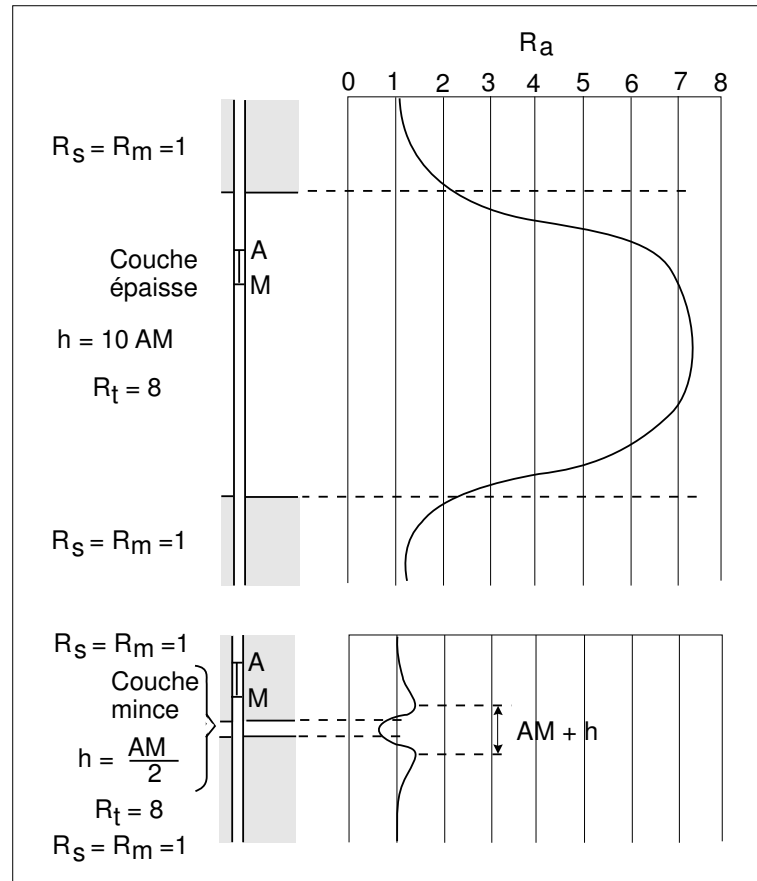


Figure 5.5: Sonde normale - couche plus résistante que les formations adjacentes.

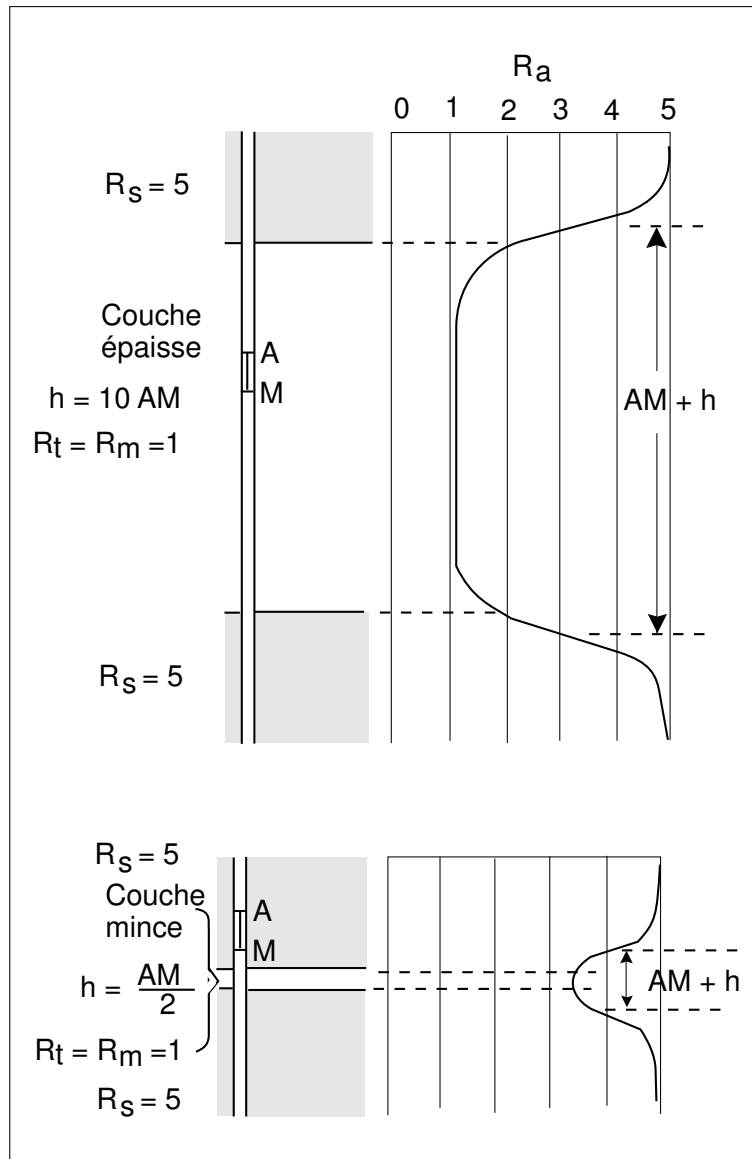


Figure 5.6: Sonde normale - couche moins résistante que les formations adjacentes.

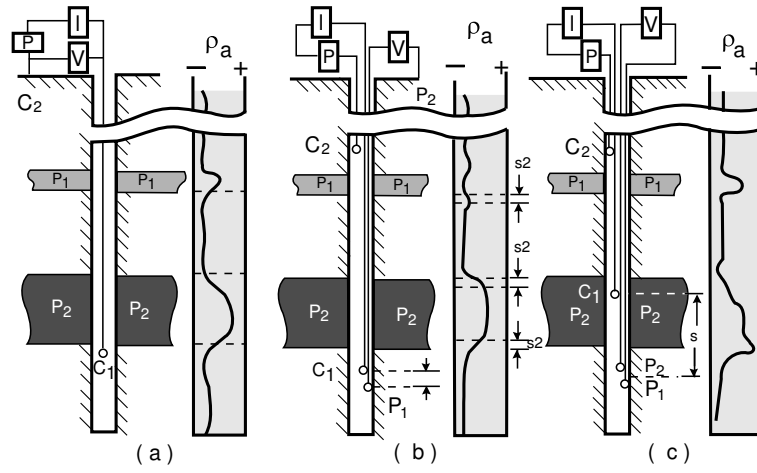


Figure 5.7: Trois type de configurations et réponses associées pour des lits plus résistants que les formations adjacentes. (a) Électrode unique; (b) sonde normale; (c) sonde latérale.

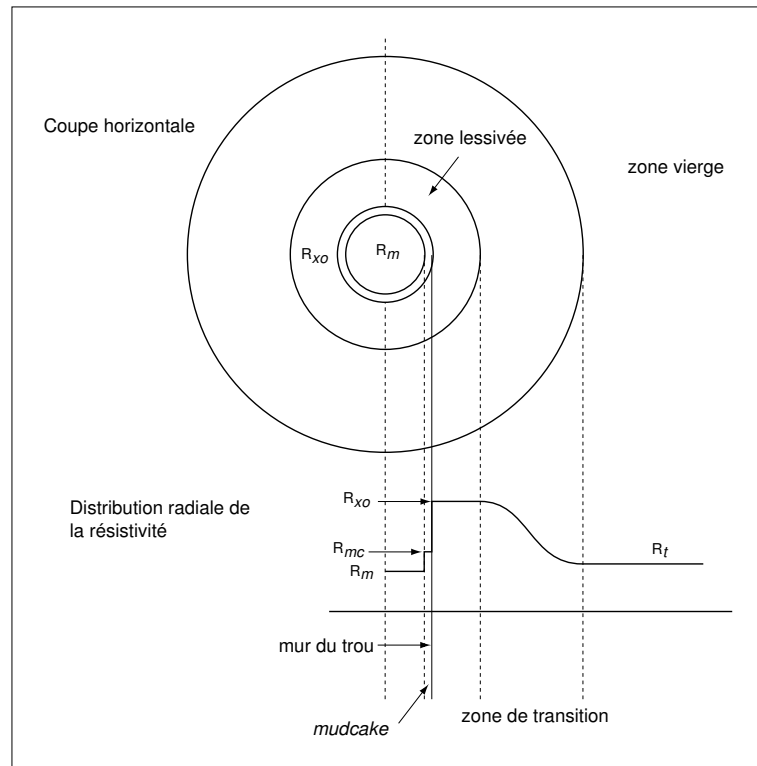


Figure 5.8: Distribution radiale de la résistivité autour d'un forage.

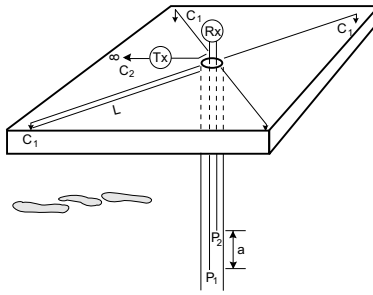


Figure 5.9: Levé périphérique.

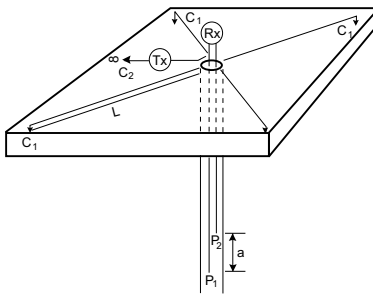


Figure 5.10: Levé directionnel.

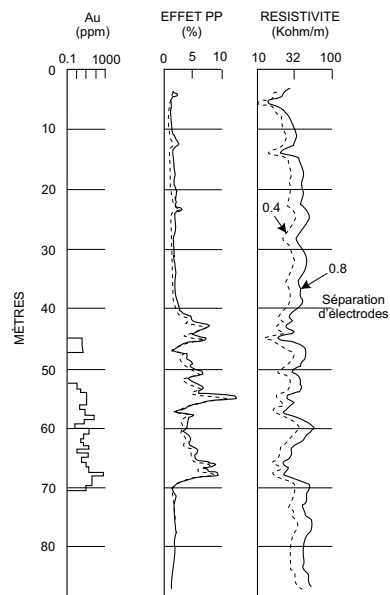


Figure 5.11: Levé de polarisation provoquée – résistivité en forage sur la propriété New Pascalis (Cambior).

Deuxième partie

Les méthodes électromagnétiques

6 La prospection électromagnétique

6.1 Introduction

La prospection par champs électromagnétiques artificiels ou naturels, générés par des courants variables dans le temps, porte le nom de prospection électromagnétique. Comme on va voir, les techniques électromagnétiques peuvent être variées quasiment à l'infini, de sorte qu'il ne peut être question ici que d'en faire ressortir les principes généraux, les avantages, les inconvénients, les limitations.

La complexité des phénomènes, et par conséquent les difficultés mathématiques d'interprétation y sont bien plus grandes encore que lorsqu'on se sert de courants continus (DC). C'est pourquoi, si les techniques électromagnétiques sont parfois intéressantes, très intéressantes même quand il s'agit d'une reconnaissance rapide, d'une « détection » sommaire ou de la simple découverte de zones d'anomalies, l'interprétation quantitative en 1D, 2D et 3D peut devenir très compliquée et est loin d'être « intuitive ». Elles ont d'autre part un vice rédhibitoire : leur profondeur d'investigation est limitée, d'autant plus limitée que la fréquence est plus élevée.

Tous les appareils de prospection électromagnétique répondent à une grande variété de conducteurs tant naturels qu'artificiels, qui peuvent se classer comme suit :

1. Conducteurs superficiels
 - mort-terrain (terrain marécageux, argileux)
 - fonds de lacs et lits de cours d'eau
 - formations conductrices (argiles)
 - topographie (relief).
2. Conducteurs dans la roche en place
 - Graphite
 - Sulfures massifs
 - Magnétite massive
 - Zones de cisaillement et failles
 - Péridotite serpentinisée
3. Conducteurs artificiels (culturels)
 - Réservoirs métalliques
 - Conduites et déchets métalliques
 - Pipe-lines
 - Voies ferrées
 - Lignes à haute tension

Les gisements de sulfures exploitables sont très rares. Dans la plupart des cas, il est impossible de distinguer la réponse de ces masses de celles des sulfures stériles ou du graphite en ne faisant appel qu'aux estimés de la conductivité du dépôt. La discrimination entre les différents types de conducteurs se fait à l'aide d'une méthode géophysique complémentaire comme par exemple la gravimétrie, ou par forage.

On trouve dans Telford *et al.* (1990), dans Keary et Brooks (1991) et dans Reynolds (1997) des

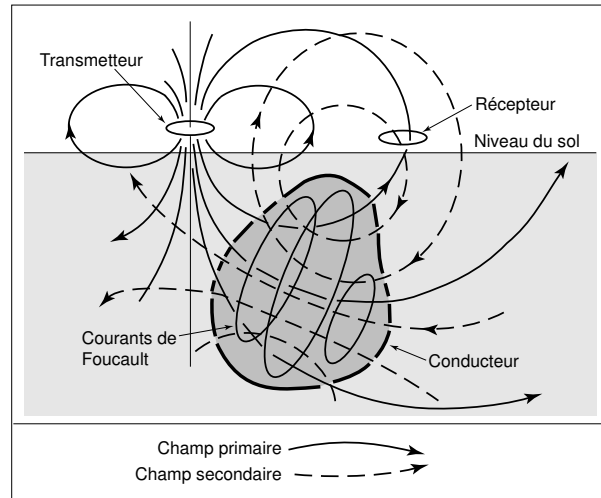


Figure 6.1: Représentation schématique de la prospection électromagnétique.

chapitres sur les méthodes électromagnétiques.

6.2 L'induction électromagnétique

6.2.1 Généralités

En régime variable, champ électrique et champ magnétique sont étroitement liés, et même littéralement indissociables. C'est de là d'ailleurs que vient le nom d'électromagnétisme. Un champ magnétique *variable* engendre un champ électrique : en cela consiste *l'induction électromagnétique* de Faraday. Dans un conducteur, un champ électrique crée un courant, lequel crée un champ magnétique, c'est la loi d'Ampère.

La méthode de prospection EM fait intervenir simultanément ces trois processus physiques distincts (figure 6.1) :

1. le premier consiste en la production d'un champ magnétique primaire qui varie avec le temps ;
2. le second est la naissance de courants induits (courants de Foucault) dans tous les conducteurs sur lesquels agit ce champ primaire ;
3. le dernier est la détection de ces conducteurs par la mesure des champs magnétiques secondaires créés par les courants de Foucault.

L'amplitude des courants induits dans un corps conducteur dépend de plusieurs facteurs, à peu près équivalents, qui sont :

- les propriétés électriques du conducteur ;
- les dimensions et la forme du conducteur ;
- la fréquence du champ primaire ;
- l'emplacement du conducteur par rapport aux instruments géophysiques.

Cette discussion est résumée à la figure 6.2 où les éléments clés y sont présentés de façon schématique. En vertu de la loi de Lenz (règle de la main droite), les courants de Foucault circulent dans le conducteur de telle sorte que le champ magnétique ainsi créé (champ secondaire) s'oppose, sur les surfaces du conducteur, au champ inducteur (champ primaire).

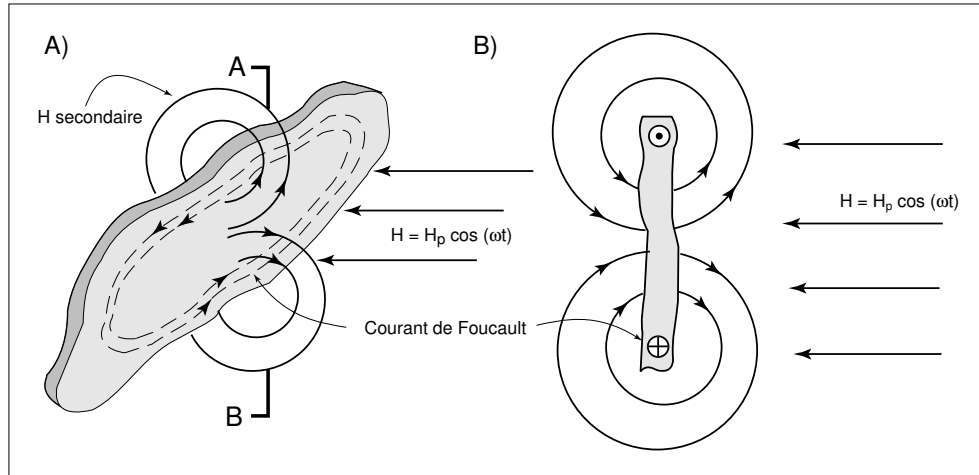


Figure 6.2: Induction électromagnétique. A) Vue en perspective. B) Vue suivant la coupe A-B.

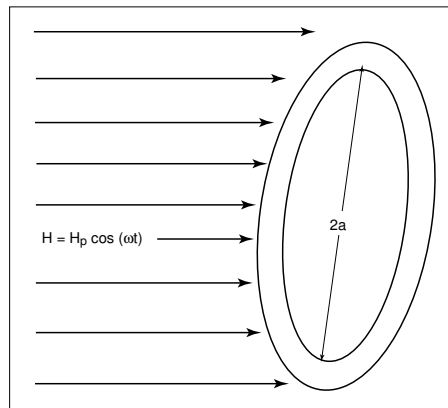


Figure 6.3: Modèle simple de la boucle conductrice.

6.2.2 Les principes de l'induction électromagnétique

Le phénomène de l'induction d'un champ magnétique variable avec un conducteur, peut être le mieux visualisé à l'aide d'un modèle simple, comme une boucle conductrice fermée (figure 6.3). Même si de tels gisements n'existent pas dans la nature, nous savons que les tendances générales de notre « gisement » ultra simple et conducteur réel seront quantitativement semblables.

Si nous prenons cette boucle conductrice de rayon a et l'exposons à un champ magnétique primaire (variable et uniforme, et dirigé le long de son axe) donné par

$$H = H_p \cos(\omega t) \quad (6.1)$$

où $\omega = 2\pi f$, f est la fréquence et t est la variable temps.

Les lois de l'électromagnétisme impliquent que

$$V = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (6.2)$$

$$\Phi = \int_s \vec{B} \cdot \vec{ds}, \quad (6.3)$$

$$V = \oint \vec{E} \cdot \vec{dl}, \quad (6.4)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \quad (6.5)$$

où Φ est le flux magnétique, \vec{B} est l'induction magnétique, \vec{E} est le champ électrique, \vec{H} est le champ magnétique et μ est la perméabilité magnétique (dans le vide, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$).

La force électromotrice (ϵ) introduite dans le conducteur peut être calculée par la loi de Faraday, soit

$$\begin{aligned} \epsilon &= \oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot \vec{ds} \\ &= -\frac{d}{dt} \vec{B} S \quad S = \text{surface de la boucle } (\pi a^2) \\ &= -\mu S H_p \frac{d}{dt} \cos \omega t \\ &= \mu \omega S H_p \sin \omega t \\ &= \epsilon_0 \sin \omega t \quad (\epsilon_0 = \mu \omega S H_p). \end{aligned} \quad (6.6)$$

L'association d'une résistance R et d'une inductance L à notre conducteur permet maintenant, à l'aide de la loi de Kirchhoff, le calcul du courant qui parcourt notre boucle

$$\epsilon = -RI - L \frac{dI}{dt}. \quad (6.7)$$

La solution d'une telle équation différentielle est

$$I = \frac{\epsilon_0}{R} \left[\frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} \sin \omega t - \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \cos \omega t \right] \quad (6.8)$$

avec $\tau = L/R$.

Au centre du conducteur, on peut calculer le champ magnétique secondaire créé par ce courant à l'aide de la loi de Biot-Savart

$$H_s = \frac{I}{2a}. \quad (6.9)$$

Donc

$$H_s|_0 = \frac{\epsilon_0}{2aR} \left[\frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} \sin \omega t - \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \cos \omega t \right]. \quad (6.10)$$

Avec $\epsilon_0 = \mu \omega S H_p$, on obtient que

$$\frac{H_s}{H_p} \Big|_0 = \frac{\mu \omega S}{2aR} \left[\frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} \sin \omega t - \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \cos \omega t \right]. \quad (6.11)$$

En multipliant et divisant par L , et en réarrangeant les termes, on obtient

$$\frac{H_s}{H_p} \Big|_0 = \left[\frac{\mu S}{2aL} \right] \left[\frac{\omega L}{R} \right] \left[\frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} \sin \omega t - \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \cos \omega t \right]. \quad (6.12)$$

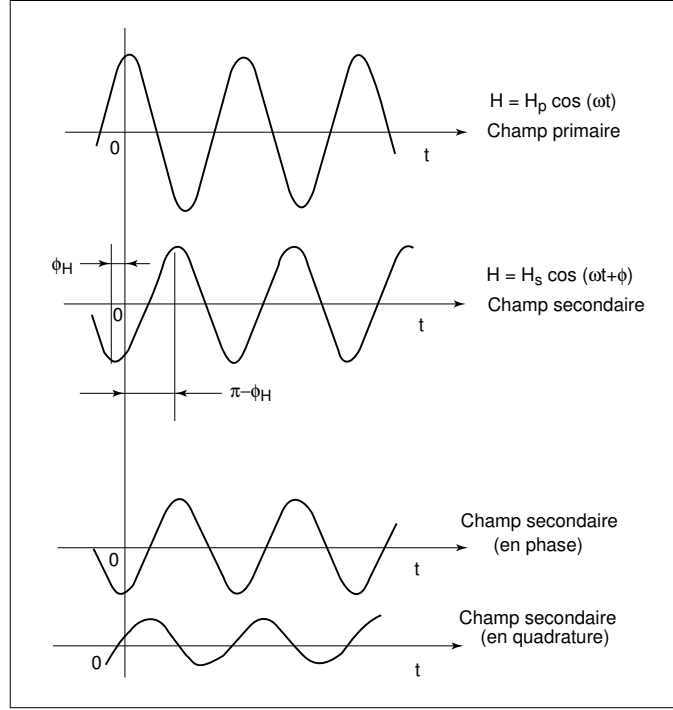


Figure 6.4: Relation de phase.

Or $\tau = L/R$ et en sortant $1/(1 + \omega^2\tau^2)^{1/2}$ de la grande parenthèse, on obtient

$$\frac{H_s}{H_p} \Big|_0 = - \left[\frac{\mu S}{2aL} \right] \left[\frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} \right] \left[\frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} \cos \omega t - \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} \sin \omega t \right]. \quad (6.13)$$

Posons $\sin \phi = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}$, $\cos \phi = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}$ et $\phi = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\omega\tau} \right)$, alors

$$\frac{H_s}{H_p} \Big|_0 = - \left[\frac{\mu S}{2aL} \right] \left[\frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} \right] \left[\underbrace{\cos \phi \cos \omega t}_{\text{Partie en phase}} - \underbrace{\sin \phi \sin \omega t}_{\text{Partie en quadrature}} \right] \quad (6.14)$$

Or, pour tout angle A et tout angle B on a que

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

D'où

$$\frac{H_s}{H_p} \Big|_0 = - \left[\frac{\mu S}{2aL} \right] \left[\frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} \right] \cos(\omega t + \phi) \quad (6.15)$$

Posons maintenant $G = \frac{\mu S}{2aL}$ et $F(\omega\tau) = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}$. Alors

$$\frac{H_s}{H_p} \Big|_0 = G F(\omega\tau) \cos(\omega t + \phi) \quad (6.16)$$

Les divers aspects de l'exposition mathématique présentée ci-haut sont résumés sous forme graphique à la figure 6.4.

Remarques :

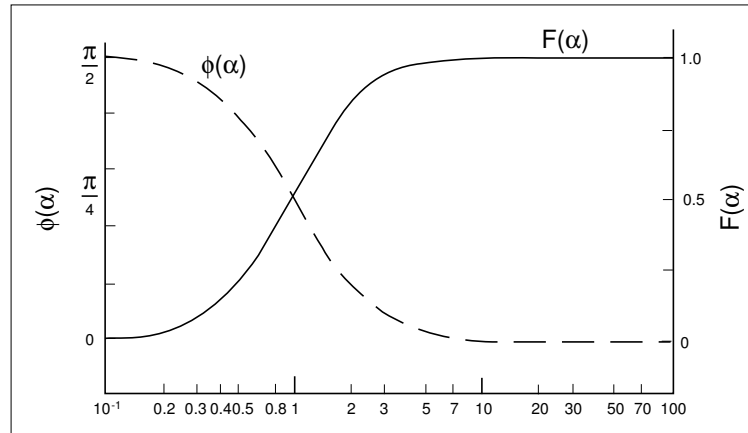


Figure 6.5: Relation du déphasage et de l'amplitude du champ secondaire en fonction du paramètre d'induction α .

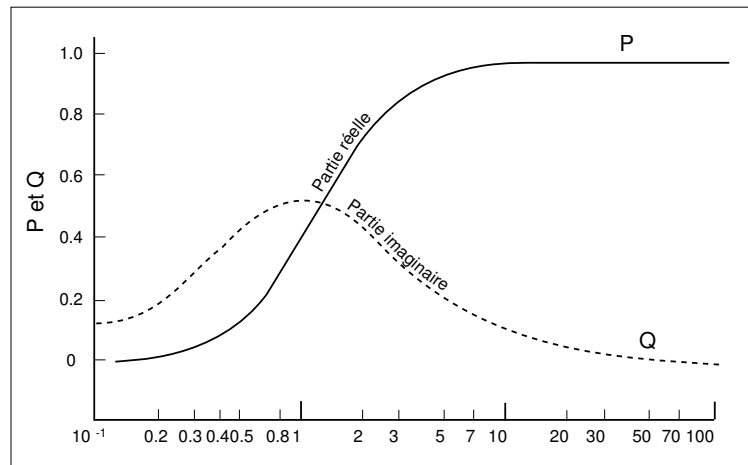


Figure 6.6: Variation de l'amplitude des deux composantes phasorielles P et Q du champ magnétique secondaire en fonction du paramètre d'induction α .

1. Au centre du conducteur, la direction du champ secondaire est opposée à celle du champ primaire (signe négatif) ;
2. L'amplitude du champ secondaire est proportionnelle à l'amplitude du champ primaire qui recoupe le conducteur ;
3. L'amplitude du champ secondaire est fonction de :
 - (a) la géométrie du conducteur $G = -\mu S/2aL$,
 - (b) du paramètre d'induction du conducteur $\alpha = \omega\tau = \omega L/R$. Il est à noter que ce dernier est intimement lié à la fois aux paramètres électriques du conducteur (L/R) et à la fréquence d'excitation (ω)
4. Le champ magnétique secondaire, dans le cas général, n'est pas en phase avec le champ primaire (déphasage de ϕ).

Avant de continuer la discussion des caractéristiques du champ magnétique secondaire, il est utile de mettre en graphique les relations mathématiques entre celui-ci et les propriétés électriques du conducteur.

Ainsi, la figure 6.5 illustre la relation du déphasage et de l'amplitude du champ secondaire en fonction du paramètre d'induction $\alpha = \omega\tau$. Par contre, la figure 6.6 présente la variation de

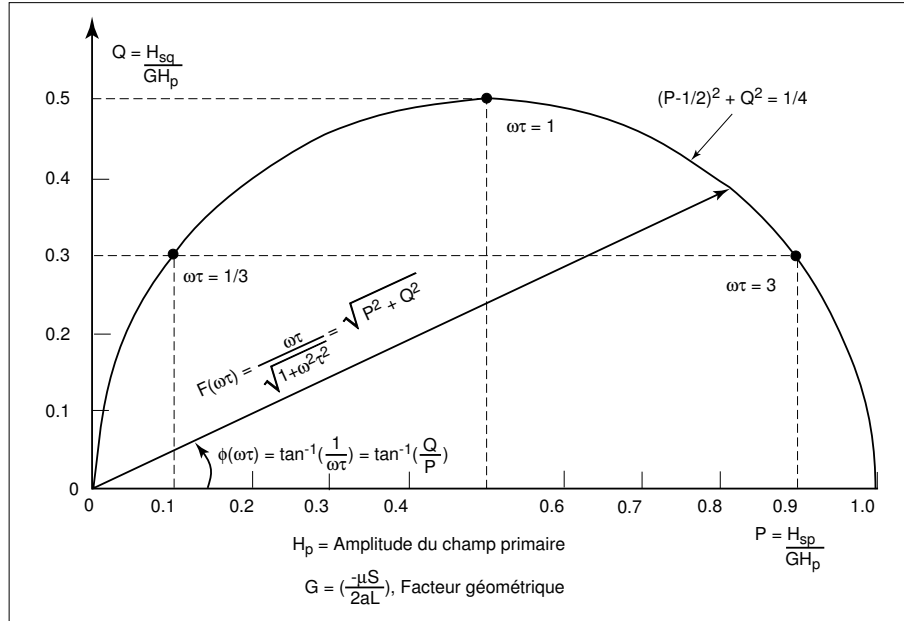


Figure 6.7: Diagramme d'Argand pour un conducteur idéal.

l'amplitude des deux composantes phasorielles (composante en phase P et composante en quadrature Q) du champ magnétique secondaire en fonction, toujours, du paramètre d'induction.

Finalement, la figure 6.7, combine tous les éléments des deux illustrations précédentes. Un tel diagramme est habituellement appelé diagramme d'Argand et est très utile dans l'interprétation quantitative de données provenant de la technique électromagnétique à cadres horizontaux (EMH, section 6.5.3.1).

6.2.3 Classement des conducteurs

Puisque les propriétés du champ magnétique secondaire (amplitude et phase) dépendent de la valeur du paramètre d'induction, il est utile de tenter de classer les conducteurs selon les propriétés du champ secondaire qu'ils engendrent.

1. Ainsi pour un mauvais conducteur ($\alpha < 0.1$) :
 - Le champ magnétique secondaire est surtout en quadrature avec le champ primaire ;
 - Son amplitude est faible ;
 - L'amplitude et la phase sont directement proportionnelles au paramètre d'induction, soient

$$\frac{H_S}{H_P} \approx -G\alpha,$$

$$\phi \approx \frac{\pi}{2} - \alpha.$$

2. Pour un bon conducteur ($\alpha > 10$)
 - Le champ magnétique secondaire est surtout en phase avec le champ primaire ;
 - Son amplitude est élevée ;
 - L'amplitude et la phase ne dépendent plus du paramètre d'induction, soit

$$H_S/H_P \approx -G$$

$$\phi \approx 0$$

On dit alors qu'il y a saturation et que pour déterminer les propriétés électriques du conducteur, il faut baisser la fréquence d'émission.

3. Finalement, les conducteurs moyens ($0.1 < \alpha < 10$) vont évidemment démontrer des effets intermédiaires entre ces deux cas extrêmes.

6.2.4 Le champ magnétique résultant (polarisation elliptique)

D'une façon générale, nous avons au point d'observation un champ primaire et un champ secondaire dont la fréquence est la même que celle du champ primaire, mais dont l'orientation spatiale et la phase peuvent être très différentes. Il s'en suit que la composante verticale y du champ résultant n'est pas forcément de la même phase que sa composante horizontale x . Il est donc impossible de parler d'une résultante vectorielle *fixe*. En fait, le champ résultant (primaire + secondaire) est elliptiquement polarisé (figures de Lissajous; figures 6.8 et 6.9).

L'équation d'une ellipse est donnée par

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (6.17)$$

avec a demi grand axe, b demi petit axe ($b = \sqrt{a^2 - c^2}$), c distance au foyer et excentricité ($= c/a$).

Si l'axe de l'ellipse est incliné par rapport à l'axe des x (rotation de θ), on a alors

$$\begin{aligned} X &= x \cos \theta + y \sin \theta \\ Y &= -x \sin \theta + y \cos \theta \end{aligned} \quad (6.18)$$

Si on prend un cas général où

$$\begin{aligned} x &= X \cos(\omega t + \phi_x) \\ y &= Y \cos(\omega t + \phi_y) \end{aligned} \quad (6.19)$$

En posant $\delta = \phi_y - \phi_x$ comme le déphasage entre les deux composantes, on trouve alors à l'aide d'un peu d'algèbre

$$\frac{y^2}{Y^2} - \frac{2xy \cos(\delta)}{XY} + \frac{x^2}{X^2} = \sin^2(\delta) \quad (6.20)$$

L'équation 6.20 indique que le lieu des valeurs *instantanées* du champ résultant parcourt une ellipse dont l'axe majeur s'incline d'un angle θ par rapport à l'horizontale. Les références de géométrie analytique nous indiquent que la valeur de θ est donnée par

$$\tan 2\theta = 2 \frac{Y}{X} \frac{\cos \delta}{1 - Y^2/X^2} \quad (6.21)$$

Exemple 6.1 – Calcul de la rotation θ

Soit le cas où $x = 100 \cos \omega t$ et $y = 25 \cos(\omega t + \pi/6)$.

Alors $\delta = \pi/6$ (ou 30°) et $Y/X = 1/4$.

On a donc que $\tan 2\theta = 2 \frac{1}{4} \cos 30^\circ (1 - (1/4)^2)^{-1} = 0.46188$, d'où $\theta = 12.4^\circ$.

Remarques

1. Si $\delta = 0$ (bon conducteur), alors

$$\begin{aligned} \tan 2\theta &= 2y/x \cos \delta / (1 - y^2/x^2) \\ &\approx 2(y/x) / (1 - y^2/x^2). \end{aligned}$$

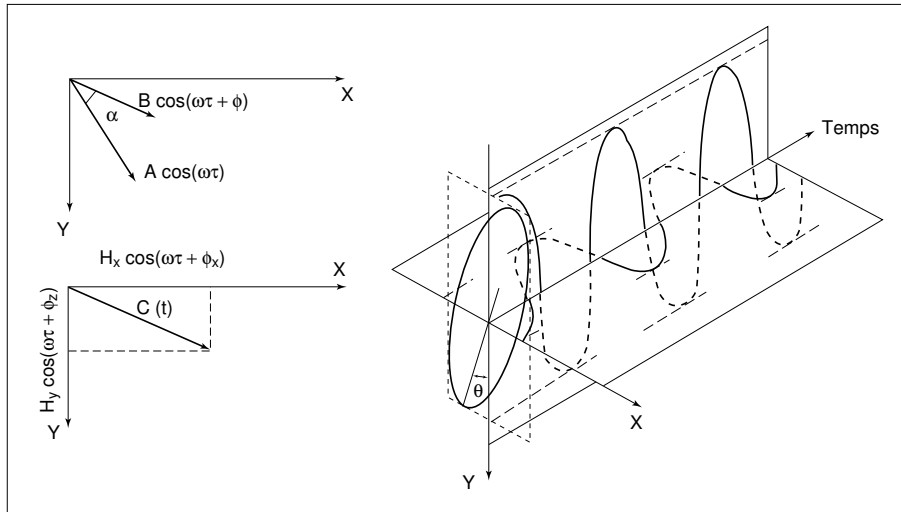


Figure 6.8: Représentation du phénomène de polarisation d'un champ quelconque et de l'ellipse de polarisation qui en découle.

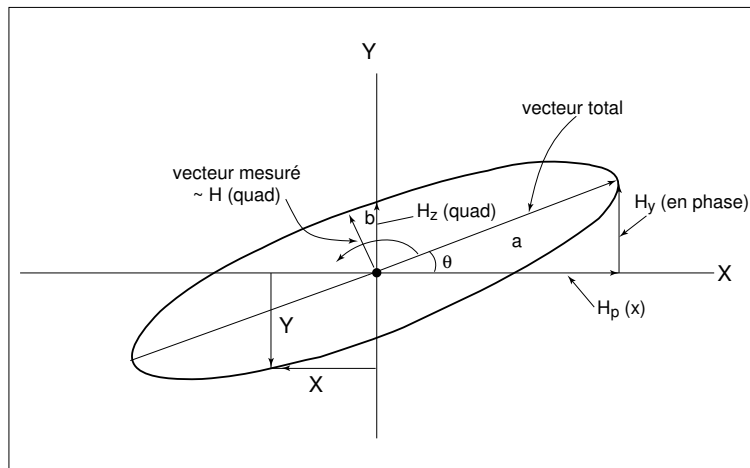


Figure 6.9: Ellipse de polarisation.

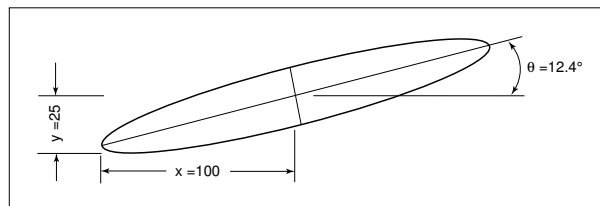


Figure 6.10: Ellipse de polarisation pour l'exemple 6.1.

Or, on sait que $\tan 2\theta = 2 \tan \theta / (1 - \tan^2 \theta)$, d'où $\tan \theta = Y/X$ (addition vectorielle simple, aucun déphasage). Pour un bon conducteur, le rapport des champs primaire et secondaire est égal à la pente du grand axe.

2. Si $\delta = \pi/2$ (mauvais conducteur), alors $\tan 2\theta = 0$, d'où $\theta = 0$ (pas d'inclinaison de l'ellipse de polarisation).
3. Si $R \ll 1$ ($Y/X \ll 1$), alors $\tan 2\theta \approx 2\theta = 2R \cos \delta / (1 - R^2)$, d'où $\theta \approx R \cos \delta$.

6.3 Les équations de Maxwell

En unités SI, et dans des milieux conducteurs, les équations de Maxwell s'écrivent

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{d\vec{H}}{dt}, \quad (6.22)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E}. \quad (6.23)$$

Ces deux équations, en impliquent deux autres car on sait que pour un vecteur quelconque \vec{A}

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0. \quad (6.24)$$

De là, nous déduisons que

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0, \quad (6.25)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0. \quad (6.26)$$

La solution des équations simultanées de Maxwell s'obtient à l'aide de ces deux équations auxiliaires pour la divergence, et à l'aide de l'identité vectorielle suivante

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}. \quad (6.27)$$

Ainsi, chaque composante vectorielle du champ électromagnétique dans un milieu conducteur obéit à l'équation d'Helmholtz, soit par exemple, pour une composante x

$$\nabla^2 H_x - \mu\sigma \frac{dH_x}{dt} = 0. \quad (6.28)$$

6.3.1 L'effet de peau

Dans un milieu homogène illimité dont la surface est plane, un champ magnétique alternatif peut se distribuer uniformément. L'équation d'Helmholtz nous indique que le champ magnétique doit varier le long d'au moins une direction spatiale, car dH/dt est différent de zéro. Si nous admettons l'uniformité le long des axes x et y , nous aurons alors

$$\frac{d^2 H_x}{dz^2} - \mu\sigma \frac{dH_x}{dt} = 0. \quad (6.29)$$

De plus, si on suppose qu'en surface le champ magnétique est donné par

$$H_x = H_o \cos \omega t, \quad (6.30)$$

il est facile de démontrer qu'à une profondeur z

$$H_x = H_o \exp^{-z/P} \cos(\omega t - z/P). \quad (6.31)$$

où P est donné par

$$P = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\sigma}} \quad (6.32)$$

soit, en unités pratiques et dans un milieu non-magnétique ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$)

$$P \approx 500 \sqrt{\frac{\rho}{f}} \quad (6.33)$$

où ρ est la résistivité électrique en Ωm et f est la fréquence et P est en mètres.

Le facteur P présente les dimensions physiques d'une longueur. On peut l'appeler profondeur de pénétration. Sa signification est la suivante : quand la profondeur s'accroît de P , l'amplitude du champ électrique, du champ magnétique et de la densité de courant se trouvent divisées par le nombre e , c'est-à-dire devient 2.718 fois plus petite. Si nous prenons pour unité l'amplitude du champ à la surface du sol, cette amplitude devient

- $1/e = 0.368$ à la profondeur P
- $1/e^2 = 0.135$ à la profondeur $2P$
- $1/e^3 = 0.0498$ à la profondeur $3P$
- $1/e^4 = 0.0183$ à la profondeur $4P$
- $1/e^{10} = 5 \times 10^{-5}$ à la profondeur $10P$

Le courant se concentre donc pratiquement près de la surface, dans une couche dont l'épaisseur est de l'ordre de grandeur d'un très petit nombre de fois la profondeur de peau (P). D'où le nom « effet de peau » ou encore de *skin-effect* donné au phénomène.

À cause de la décroissance de H , la profondeur d'investigation de toute méthode électromagnétique est toujours inférieure à $P/2$ mètres. Par exemple si $f = 500$ Hz, pour que la profondeur d'investigation $P/2$ atteigne 100 mètres, la résistivité du sol doit être supérieure à 80 Ωm .

Sur un sol argileux, comme il y a souvent dans la vallée du Saint-Laurent, la résistivité observée est parfois de l'ordre de 10 Ωm . La basse fréquence industrielle ($f = 60$ Hz) n'assure qu'une profondeur d'investigation de 102 mètres.

De temps à autre, quelques inventeurs, ignorant les équations de Maxwell, préconisent l'emploi de radio-fréquences en prospection. Si la longueur d'onde est de 100 mètres et la fréquence de 3.106 MHz, alors la profondeur d'investigation tombe à 46 cm dans un sol de résistivité de 10 Ωm .

Ce phénomène explique aussi pourquoi le radio-altimètre d'un avion survolant le Groenland enregistre parfois l'écho provenant d'une réflexion du signal à la base des glaces, après avoir traversé toute la masse du glacier à l'aller et au retour (car la glace est un isolant quasi-parfait). Les sables très secs des régions arides peuvent aussi donner lieu au même phénomène et provoquer des catastrophes aériennes.

6.3.2 Les lois de similitude et les modèles réduits

En comparaison avec le magnétisme ou la gravimétrie, le calcul mathématique des anomalies EM est très complexe (sauf dans quelques cas peu utiles). Par contre, on peut à l'aide de lois de similitude construire en laboratoire des modèles réduits des conducteurs typiques qu'on rencontre lors des mesures de terrain. Il est facile ensuite, à partir de ces modèles, de créer des abaques qu'on utilisera pour l'interprétation des données (comme les abaques EMH). Les lois de similitude garantissent que le comportement des champs électromagnétiques sera exactement (à une constante près) semblable.

La justesse des lois de similitude est intimement liée aux équations de Maxwell. Ainsi, soient deux milieux conducteurs 1 et 2, non-magnétiques, géométriquement semblables, correspondant point par point. Admettons que les longueurs dans les deux milieux soient reliées par un facteur constant k_l donné par

$$I_1 = k_l I_2, \quad (6.34)$$

et que les conductivités soient reliées par le facteur k_σ donné par

$$\sigma_1 = k_\sigma \sigma_2 \quad (6.35)$$

et finalement, que les fréquences d'excitation utilisées dans les deux milieux soient reliées par le facteur k_f donné par

$$f_1 = k_f f_2 \quad (6.36)$$

On peut démontrer, à partir des équations de Maxwell, que les champs électromagnétiques en tout point du milieu 2 seront exactement proportionnels aux champs électromagnétiques en tout point correspondant du milieu 1, et ceci avec une constante de proportionnalité indépendante du point d'observation *si et seulement si* les trois facteurs choisis obéissent à la relation

$$k_f k_\sigma k_l^2 = 1 \quad (6.37)$$

ou $1/k_l^2 = k_\sigma k_f$.

Soit

$$l_1^2 \frac{\sigma_1}{l_2^2} \sigma_2 = \frac{f_2}{f_1} \quad (6.38)$$

Ou encore

$$\frac{l_1^2}{P_1^2} = \frac{l_2^2}{P_2^2} \quad (6.39)$$

avec $P = (2/\sigma\mu\omega)^{1/2}$.

Prenons un exemple banal en supposant qu'on désire chiffrer la décroissance, en profondeur, du champ électromagnétique d'un poste émetteur montréalais qui opère à la fréquence de 1 MHz. Dans la région, on estime la résistivité du terrain calcaire à 400 Ωm . Substituons pour le terrain, une piscine de dimensions latérales convenables (disons 20 \times 30 m².) afin de travailler à une échelle de 1 :100 (10 m = 1 km). En remplissant la cuve d'une solution fortement saline on atteint une conductivité de 25 siemens/m. On pourrait alors exciter le modèle à la même fréquence. En effet, si on assigne l'indice 2 au terrain, et l'indice 1 au modèle, nous avons

$$k_l = 10^{-2} \quad k_\sigma = 10^4 \quad k_f = 1$$

et la relation $k_l^2 k_\sigma k_f = 1$ est respectée.

Supposons qu'on veuille connaître l'affaiblissement du champ magnétique à une profondeur de 30 mètres sur le terrain. Alors sur le modèle, la distance correspondante sera de

$$30 \text{ m} \times k_l = 30 \text{ cm}$$

À cette profondeur, on y mesurerait un affaiblissement du champ magnétique d'un facteur 20 par rapport à sa valeur en surface, car

$$P = 500(1/25 \times 1000000) = 0.10 \text{ cm}$$

À 30 cm nous nous situons à trois profondeurs de peau, soit un facteur de 0.0498 ($e^{-z/P} = e^{-3} = 0.0498$).

Un travail plus utile serait l'étude du comportement électromagnétique d'un gisement tabulaire de sulfures massifs dont les paramètres réels sont les suivants :

- longueur : 400 m
- extension en profondeur : 200 m
- épaisseur : 3 m
- conductivité : 10 siemens/m

– pendage : 45°

Au laboratoire, si on utilise une échelle linéaire de 1 :1000 (soit 1 mm = 1 m), et une plaque d'acier inoxydable (non-magnétique) dont la conductivité se chiffre à 107 siemens/m, dans ces conditions, la fréquence d'excitation en laboratoire (indice 1) serait la même que celle utilisée sur le terrain (indice 2), car

$$k_l = \frac{I_1}{I_2} = 10^{-3}$$

$$k_\sigma = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{10^7}{10^1} = 10^6$$

d'où, $k_f = (k_l^2 k_\sigma)^{-1} = ((10^{-3})^2 10^6)^{-1} = 1$.

Si par contre on désire travailler à une échelle de 1 :10 000, toujours avec la même plaque d'acier, il faudrait élever la fréquence employée sur le modèle d'un facteur de 100 par rapport à celle utilisée sur le terrain.

6.4 Le champ primaire

6.4.1 Introduction

Le champ magnétique inducteur, soit le champ primaire, nécessaire à toute prospection électromagnétique est le plus souvent créé par un courant alternatif circulant dans une boucle. La dimension de la boucle varie selon les besoins de la méthode de prospection utilisée. Néanmoins, parfois on profite d'autres sources conventionnelles, comme la méthode T.B.F. (V.L.F. en anglais) qui utilise des émetteurs radio dont la fréquence d'émission se situe dans la gamme de 10 à 20 kHz. Une autre méthode, la méthode AFMAG est basée sur les champs magnétiques de fréquences audio engendrés par des éclairs produits lors des orages électriques. Finalement, certaines méthodes, comme le TURAM, peuvent utiliser le champ primaire engendré par le courant alternatif qu'on fait circuler dans un câble dont les deux extrémités sont reliées au sol.

6.4.2 La loi de Biot-Savart

Afin de pouvoir calculer le champ magnétique produit par un courant circulant dans un fil, il est impératif de revoir une loi physique très à propos : la loi de Biot-Savart. En effet, quand la source prend la forme d'un fil simple dont la longueur dl est bien inférieure à la distance r du point d'observation, son champ magnétique suit cette loi (modifiée pour les effets de propagation). La figure 6.11 illustre les quantités impliquées.

Le champ magnétique au point P est alors donné par

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi r^3} (\vec{dl} \times \vec{r}) \left(1 + 4\pi^2 \frac{r^2}{\lambda^2}\right)^{1/2} \quad (6.40)$$

où λ (en mètres) est égal à c/f avec c la vitesse de la lumière (3×10^8 m/s).

Dans le cas où la distance entre le point d'observation et la source est faible par rapport à la longueur d'onde électromagnétique (λ) dans l'air, on peut négliger les effets de la propagation et

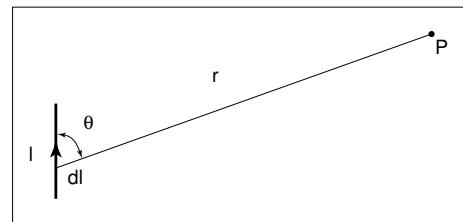


Figure 6.11: Calcul du champ magnétique à un point P , produit par une source filiforme de longueur dl parcouru par un courant I .

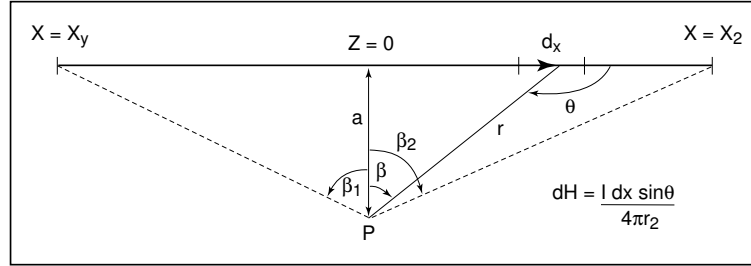


Figure 6.12: Émetteur en forme de fil.

utiliser la forme simple, soit

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi r^3} (\vec{dl} \times \vec{r}) \quad (6.41)$$

$$|dH| = \frac{I dl \sin \theta}{4\pi r^2} \quad (6.42)$$

où $d\vec{H}$ est perpendiculaire à \vec{dl} et \vec{r} .

La direction du champ est déterminée directement de l'équation vectorielle ou encore par « la règle de la main droite » appliquée à la forme scalaire. Dans l'illustration, le vecteur du champ magnétique entre dans le plan du dessin.

En unités SI, le champ magnétique se chiffre en Ampère/mètre (A/m) avec l'équivalence suivante en unité utilisée en prospection magnétique

$$1 \text{ A/m} = 400\pi \text{ nT} \approx 1200 \text{ nT} \quad (6.43)$$

où nT est le symbole de nanoTesla.

6.4.3 Les émetteurs

6.4.3.1 Les émetteurs T.B.F. (et Afmag)

En première approximation, on trouve le champ d'un émetteur T.B.F. directement à partir de la loi de Biot-Savart. Dans ce cas l'antenne est considérée comme un élément vertical court (par rapport aux points de mesure), et la terre comme une surface horizontale ($\theta = \pi/2$). Si on néglige les effets de conduction dans le sol, et si on admet que $r \gg \lambda$, on aboutit au résultat

$$H_x = \frac{I_z l (2\pi/\lambda)}{4\pi r} = \frac{I_z l}{2r} \quad (6.44)$$

où l est la longueur de l'antenne. Cette équation implique que le champ ainsi produit est raisonnablement uniforme (décroissance en $1/r$), mais le plus important est que l'on trouve le champ primaire partout horizontal et dirigé dans une direction perpendiculaire à la direction de propagation.

Il est à noter que les champs magnétiques naturels, utilisés dans la méthode AFMAG, démontrent le même comportement.

6.4.3.2 L'émetteur en forme de fil

Le champ magnétique d'un fil droit de longueur arbitraire s'obtient par intégration à partir de loi de Biot-Savard. Ainsi, pour le fil dessiné à la figure 6.12

$$dH = \frac{I dx \sin \theta}{4\pi r^2}, \quad (6.45)$$

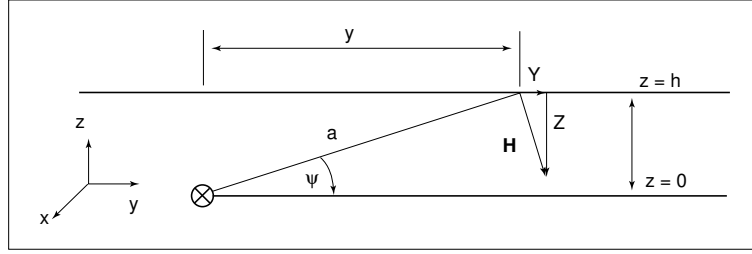


Figure 6.13: Fil en section.

mais $\sin \theta = -\cos \beta$, avec $\theta = \pi - (\pi - \pi/2 - \beta) = \pi/2 + \beta$, et $x = a \tan \beta$.

Soit $dx = a \sec^2 \beta d\beta$ avec $\sec^2 \beta = 1 + \tan^2 \beta$, et $r^2 = a^2(1 + \tan^2 \beta)$. Ainsi,

$$dH = -\frac{I}{4\pi} \frac{a \cos \beta \sec^2 \beta d\beta}{a^2(1 + \tan^2 \beta)} \quad (6.46)$$

$$= -\frac{I}{4\pi a} \cos \beta \frac{\sec^2 \beta}{\sec^2 \beta} d\beta, \quad (6.47)$$

soit

$$H = -\frac{I}{4\pi a} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \cos \beta d\beta \quad (6.48)$$

$$= -\frac{I}{4\pi a} |\sin \beta|_{\beta_1}^{\beta_2}, \quad (6.49)$$

$$H = -\frac{I}{4\pi a} [\sin \beta_2 - \sin \beta_1], \quad (6.50)$$

soit

$$H = -\frac{I}{4\pi a} \left[\frac{x_2}{\sqrt{a^2 + x_2^2}} + \frac{x_1}{\sqrt{a^2 + x_1^2}} \right]. \quad (6.51)$$

Le signe négatif indique la direction de H comme entrant dans le papier.

Il est à noter que si le fil est long, soit $(x_1, x_2) \gg a$, la formule se simplifie à $H = -I/2\pi a$, démontrant ainsi la décroissance uniforme comme $1/r$. Par contre, si le fil est court, soit $(x_1, x_2) \ll a$, on retrouve la loi de Biot-Savart, c'est-à-dire

$$H = \frac{I(x_1 + x_2)}{4\pi a^2}. \quad (6.52)$$

On remarque aussi le fait que le champ magnétique est toujours perpendiculaire au plan qui contient le fil et le point d'observation. La variation spatiale du champ magnétique d'un fil long peut être mieux appréciée à l'aide d'un diagramme qui présente le fil en section (figure 6.13).

On note que sur le plan $z = h$ le champ magnétique sera donné par

$$\|H\| = \frac{I}{2\pi a} = \frac{I}{2\pi (y^2 + h^2)}, \quad (6.53)$$

avec sa composante verticale égale à

$$Z = -\|H\| \cos \psi \quad (6.54)$$

$$= -\frac{I}{2\pi} \frac{y}{y^2 + h^2} = -\frac{I}{2\pi h} \frac{\eta}{1 + \eta^2} \quad (6.55)$$

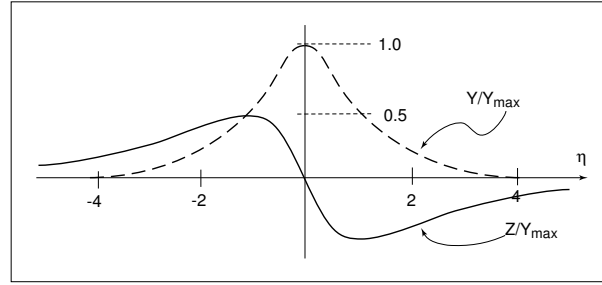


Figure 6.14: Variation des composante Z et Y selon $z = h$, $x = 0$.

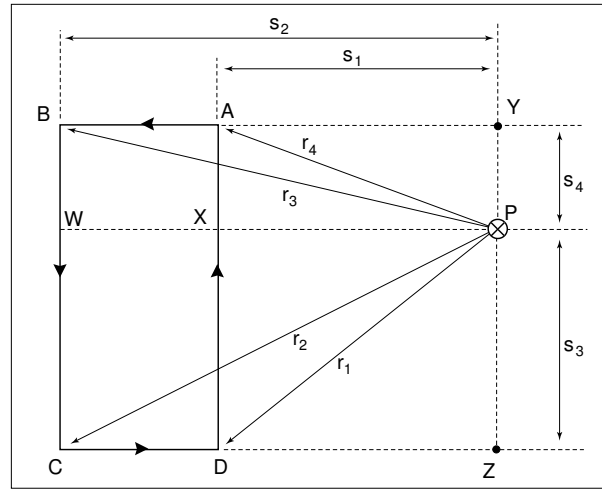


Figure 6.15: Éléments géométriques illustrant un émetteur rectangulaire.

et sa composante horizontale égale à

$$Y = \|H\| \sin \psi \quad (6.56)$$

$$= -\frac{I}{2\pi} \frac{h}{h^2 + y^2} = -\frac{I}{2\pi h} \frac{1}{1 + \eta^2} \quad (6.57)$$

où $\psi = y/h$.

La figure 6.14 illustre la variation des deux composantes sur la ligne $z = h$, $x = 0$.

6.4.3.3 Émetteur rectangulaire

Un type d'émetteur utilisé en conjonction avec plusieurs méthodes de prospection qui demandent l'utilisation d'un champ uniforme consiste en un grand cadre rectangulaire. Ce cadre, dont les dimensions peuvent être de l'ordre de $100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ à $2000 \text{ m} \times 2000 \text{ m}$, est construit en posant une spire de fil directement au sol. Il est alimenté par un groupe électrogène assez puissant pour y faire circuler un courant de quelques ampères. Puisque les dimensions du dispositif sont de même grandeur que la distance au point de mesure on calcule le champ primaire d'un tel cadre en appliquant la formule déjà élaborée pour un fil de longueur arbitraire à chacun des quatre côtés. La figure 6.15 présente les éléments géométriques de la situation.

Après un calcul ardu on arrive quand même à un résultat très simple soit

$$H = -\frac{I}{4\pi} \left\{ \left[\frac{r_4}{A_4} - \frac{r_3}{A_3} \right] + \left[\frac{r_1}{A_1} - \frac{r_2}{A_2} \right] \right\}, \quad (6.58)$$

avec

- $A_1 = S_1 S_3 =$ aire de la zone PXDZ
- $A_2 = S_2 S_3 =$ aire de la zone PWCZ
- $A_3 = S_2 S_4 =$ aire de la zone PWBZ
- $A_4 = S_1 S_4 =$ aire de la zone PXAZ

Il est à noter que dans le plan du cadre (i.e. en surface) le champ magnétique est toujours vertical. Sa variation latérale suit à la première approximation, une décroissance comme $1/r$. En profondeur la variation de la direction de ce champ ressemble grossièrement à celle du champ produit par un fil long.

6.4.3.4 L'émetteur dipolaire

Un type d'émetteur dont l'utilisation est très courante à cause de ses dimensions réduites et par conséquent, sa portabilité, prend la forme d'une petite boucle de plusieurs spires dont la dimension principale varie de un à deux mètres. Dans le cas où sa forme est un carré (figure 6.16) nous saurons calculer son champ magnétique en appliquant la loi de Bio-Savart directement à chacun des quatre côtés.

Comme dans le cas précédent le calcul algébrique est assez complexe. Néanmoins le résultat reste toujours simple. De fait, si on prend l'origine au centre du cadre les composantes du champ magnétique se chiffrent comme suit

- La composante verticale Z

$$Z = \frac{Ia^2}{4\pi s^3} \left[\frac{3(x^2 + y^2)}{s^2} - 2 \right] \quad (6.59)$$

- Les composantes horizontales X, Y

$$X = \frac{Ia^2}{4\pi s^3} \left[\frac{3zx}{s^2} \right] \quad (6.60)$$

$$Y = \frac{Ia^2}{4\pi s^3} \left[\frac{3zy}{s^2} \right] \quad (6.61)$$

Nous noterons que dans le plan de la boucle ($z = 0$, $s = (x^2 + y^2)^{1/2}$) son champ magnétique a partout la même direction que l'axe du cadre (les autres composantes sont égales à zéro) et décroît comme $1/r^3$. La même chose est vraie sur l'axe du cadre sauf que cette fois-ci, le champ magnétique démontre le sens inverse et est deux fois plus fort qu'en un point également distant du centre, mais situé dans le plan du cadre.

De plus, on remarque la dépendance de l'amplitude du champ sur l'aire du cadre (a^2 , voir figure 6.16). De fait, le champ magnétique d'un petit cadre ne dépend pas de sa forme géométrique exacte mais, en général, il n'est lié qu'à l'aire du cadre. De tels émetteurs portent l'appellation *dipolaire* parce que la distribution de leur champ magnétique ressemble fortement à celle d'un petit aimant dont l'orientation est la même que celle de l'axe du cadre.

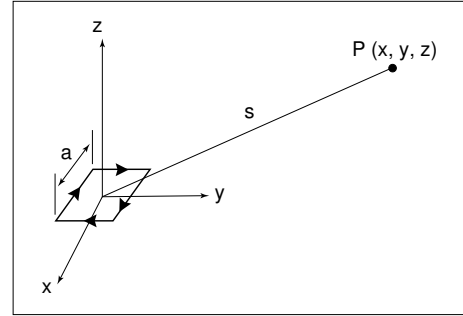


Figure 6.16: Émetteur dipolaire.

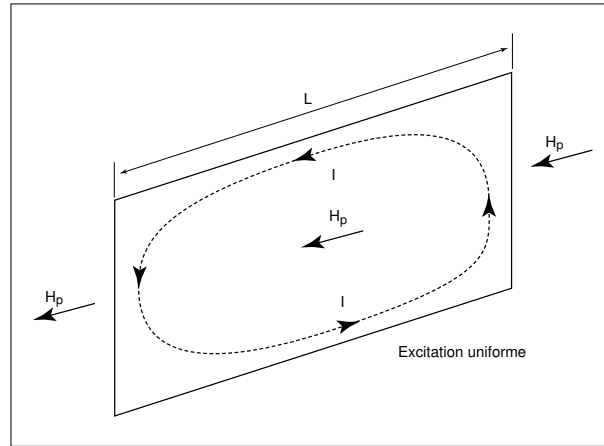


Figure 6.17: Excitation uniforme.

6.5 Les méthodes de prospection électromagnétique

6.5.1 Classification

Comme on pouvait s'en douter, les méthodes EM sont extrêmement variées, suivant qu'on choisit tel ou tel type de source, suivant que les sources sont fixes ou mobiles, suivant qu'on mesure l'orientation du champ résultant ou seulement les parties en phase et quadrature d'une de ses composantes et enfin suivant la fréquence adoptée. On a dénombré quelques dizaines de variantes de méthodes électromagnétiques. On est donc assez embarrassé pour faire une classification distincte de ces méthodes.

Il est néanmoins utile, avant de procéder à des sous-classifications de séparer les méthodes courantes en deux catégories principales. Les deux catégories seront liées à la nature du champ primaire qui peut être considéré soit comme uniforme soit comme dipolaire.

1. Dans la catégorie U (champ uniforme) nous mettrons
 - toutes les méthodes T.B.F.,
 - la magnétotellurique (MT),
 - le AFMAG,
 - et le TURAM.
2. Dans la catégorie D (champ dipolaire) nous mettrons
 - toutes les méthodes à émetteur mobile comme
 - EM Vertical
 - EM Horizontal
 - toutes les méthodes aéroportées.

La base physique de notre choix de ces deux catégories principales est directement liée à la distribution des courants de Foucault dans la cible usuelle de la prospection EM. Celle-ci prend la forme d'un conducteur tabulaire dont les dimensions latérales excèdent sa dimension transversale (épaisseur) de quelques ordres de grandeur.

Dans le cas où on utilise un dispositif d'excitation à champ magnétique uniforme, les courants induits suivent, à peu près, le périmètre du conducteur (figure 6.17). La phase du courant est plus ou moins constante tout le long de son parcours. Dans ce cas, la phase du champ secondaire ne varie que peu sur le plan d'observation. Le paramètre d'induction du conducteur n'est donc lié qu'à ses

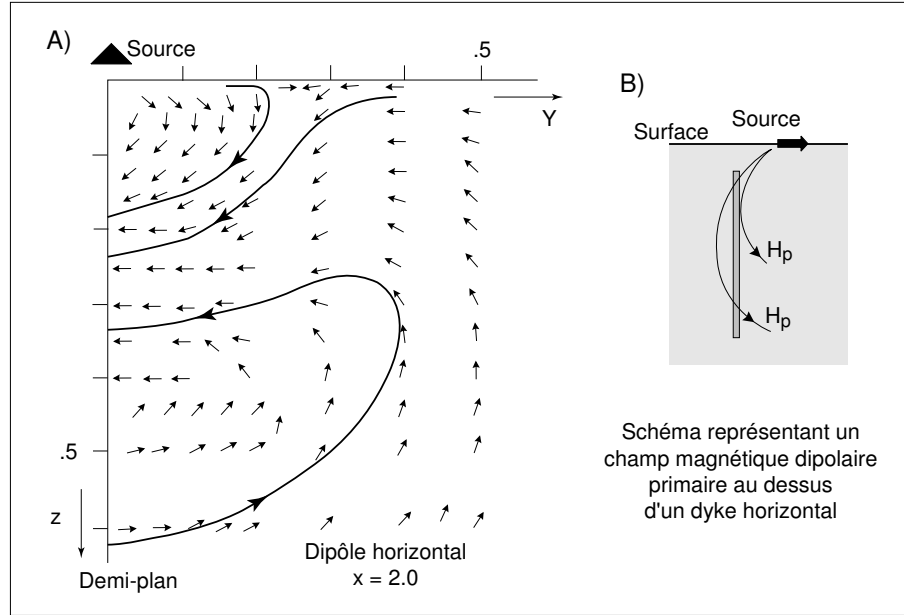


Figure 6.18: Excitation par un champ dipolaire. A) Distribution du courant induit. B) Position du champ primaire par rapport à un dyke horizontal.

dimensions physiques et se chiffre par

$$\alpha_u = \mu_o \sigma \omega e l = \frac{2el}{p^2} \quad (6.62)$$

où $p = \sqrt{\frac{2}{\mu_o \omega \sigma}}$ et e est l'épaisseur du conducteur.

Par contre, dans le cas où l'excitation se fait par un champ dipolaire, la distribution des courants induits est très complexe (voir figure 6.18). On note surtout que son amplitude et sa phase varient d'un point à l'autre. Il s'en suit que les paramètres du champ secondaire, et par conséquent, le paramètre d'induction applicable à ce type de situation, seront fonction de l'écart émetteur-récepteur. De fait, l'expérience démontre que dans les cas où l'étendue latérale du conducteur est plus grande que la distance récepteur-émetteur, le paramètre d'induction se chiffre par

$$\alpha_p = \mu_o \sigma \omega e l = \frac{2el}{p^2} \quad (6.63)$$

avec l la séparation émetteur-récepteur.

6.5.2 Les méthodes de la catégorie U

6.5.2.1 La méthode T.B.F.

Comme nous l'avons déjà indiqué, cette méthode utilise un émetteur lointain qui fournit un champ primaire horizontal et uniforme. À cause de sa fréquence élevée (10 – 20 kHz), le champ secondaire produit par des conducteurs intéressants est d'habitude en phase avec le champ primaire. Le champ résultant démontre par conséquent une polarisation linéaire. La détection d'un conducteur se fait à l'aide des mesures d'angle d'inclinaison du champ résultant. Puisque le champ primaire est horizontal, toute inclinaison du champ résultant indique la présence d'un corps anomal. Le dessin C ci-après, résume les éléments de la situation.

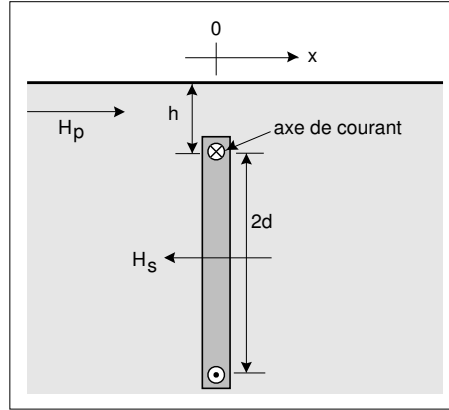


Figure 6.19: Représentation schématique du modèle de la feuille mince.

La partie supérieure du dessin D, démontre les résultats théoriques pour un conducteur vertical. Ces derniers sont dérivés à la base de l'hypothèse que le courant de Foucault, se concentre autour d'un axe situé légèrement à l'intérieur du conducteur. À l'aide de cette hypothèse on dérive la formule indiquée sur le dessin. Il est à noter que cette formule donne la profondeur de l'axe du courant et *non pas* la profondeur du sommet du conducteur. La partie inférieure du dessin démontre les résultats d'une prospection effectuée en Suède. Le dessin E, montre les résultats qu'on obtiendrait dans des cas plus complexes que le conducteur simple discuté ci-dessus. Le dessin F, montre quelques résultats de prospection faites au Canada. Notons la sensibilité de la méthode aux accidents géologiques (failles) ainsi que la présence de la polarisation elliptique provoquée, cette fois, par un mort terrain légèrement conducteur.

Modèle de la feuille mince

Soit le modèle illustré à la figure 6.19. Les composantes du champs secondaire produit sont donnés par

$$H_{xs} = \frac{I}{2\pi} \frac{h}{h^2 + x^2} \quad (6.64)$$

$$H_{zs} = -\frac{I}{2\pi} \frac{x}{h^2 + x^2}, \quad (6.65)$$

et illustrés à la figure 6.20. En fonction du champ primaire, on a

$$H_{xs}|_{x=0} = H_p = 2 \left[\frac{I}{2\pi} \frac{1}{h+d} \right] \quad (z = h+d)$$

$$I = \pi(h+d)H_p \approx \pi d H_p$$

$$H_{xs} = \frac{H_p}{2} \frac{dh}{h^2 + x^2}$$

$$H_{xs} = \frac{H_p}{2} \frac{d}{h} \frac{1}{\frac{x^2}{h^2} + 1} = \frac{k}{1 + \xi^2} H_p$$

où $k = \frac{d}{2h}$ et $\xi = \frac{x}{h}$.

$$\frac{H_{xs}}{H_p} = \frac{k}{1 + \xi^2} \quad (6.66)$$

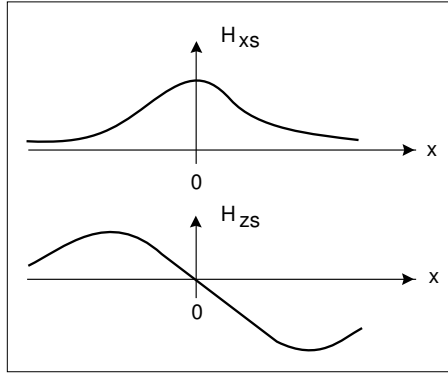
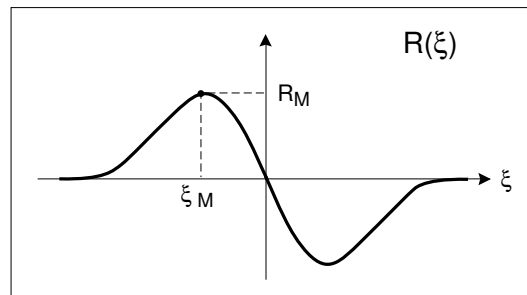
Figure 6.20: Champs secondaires selon x et z .

Figure 6.21: ???.

De même,

$$\frac{H_{zs}}{H_p} = \frac{-k\xi}{1 + \xi^2} \quad (6.67)$$

Définissons le paramètre R comme

$$R = \frac{H_{zs}}{H_{xs} + H_p} = \frac{H_z}{H_{x_{total}}},$$

$$R = \frac{H_{zs}/H_p}{1 + H_{xs}/H_p} = \frac{-k\xi/1 + \xi^2}{1 + k/1 + \xi^2}.$$

Le maximum de $R(\xi)$ est obtenu pour pour

$$\frac{\partial R}{\partial \xi} = 0 = - \left[\frac{k}{(1 + k + \xi^2)^2} - \frac{2k\xi^2}{(1 + k + \xi^2)^2} \right]$$

Au point $\xi = \xi_M$, $\frac{\partial R}{\partial \xi} = 0$ (figure 6.21).

$$k = \frac{2k(\xi_M)^2}{1 + k + \xi_M^2}$$

d'où $\xi_M = \sqrt{1 + k}$

$$R_M = \frac{k\xi_M}{1 + k + \xi_M^2} = \frac{k}{2\sqrt{1 + k}}$$

$$R_M = \frac{\xi_M^2 - 1}{2\xi_M}$$

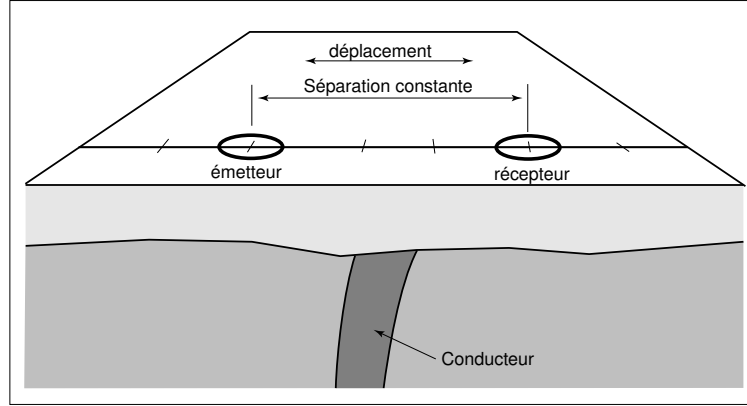


Figure 6.22: Dispositif pour la méthode EMH.

avec $\xi_M = \frac{x_M}{h}$

$$R_M = \frac{x_M^2 - h^2}{2x_M h}$$

$$h = x_M \left(-R_M + \sqrt{R_M^2 + 1} \right) \quad (6.68)$$

Si on a un bon conducteur, $\tan \theta \approx R$ et

$$h = x_M \left(\sqrt{\tan^2 \theta + 1} - \tan \theta \right) \quad (6.69)$$

Rappel : h = profondeur jusqu'à l'axe de courant et non au sommet du conducteur.

Note : Si on n'a que R_M et la pente au point d'inflexion,

$$h = \frac{2R_M \left(\sqrt{1 + R_M^2} - R_M \right)}{\frac{dR}{dx}} \quad (6.70)$$

on montre que $\frac{dR}{dx} = 2 \frac{R_M}{x_M}$.

6.5.3 Les méthodes de la catégorie D

6.5.3.1 La méthode EM horizontal

Comme on le démontre au dessin 6.22, cette méthode se pratique avec des cadres horizontaux et coplanaire. L'un sert comme émetteur et l'autre comme récepteur.

On fait des mesures (relatives par rapport à la composante verticale du champ primaire au point d'observation) de l'amplitude et de la phase de la composante verticale du champ secondaire en traversant le terrain sur des lignes orientées perpendiculairement à la direction de la structure géologique. Les mesures se font d'une façon directe à l'aide d'un dispositif électronique spécialement destiné à cette fin. Celui-ci, en même temps, compense la présence du champ primaire au point d'observation.

La tension de référence et de compensation est dérivée du courant qui circule dans le transmetteur et est amené par un câble vers l'équipement de mesure. Puisque celle-ci n'est de valeur correcte que pour une séparation des cadres donnée, il faut s'assurer de la constance de cette quantité tout le long du levé. Ceci se fait en maintenant le câble de référence toujours bien tendu. La négligence de

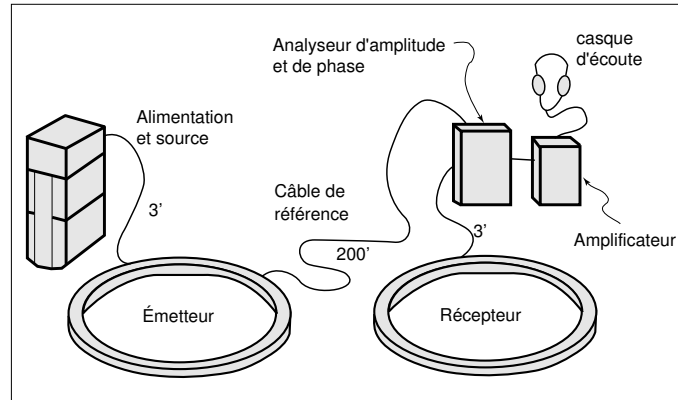


Figure 6.23: Équipement pour la méthode EMH.

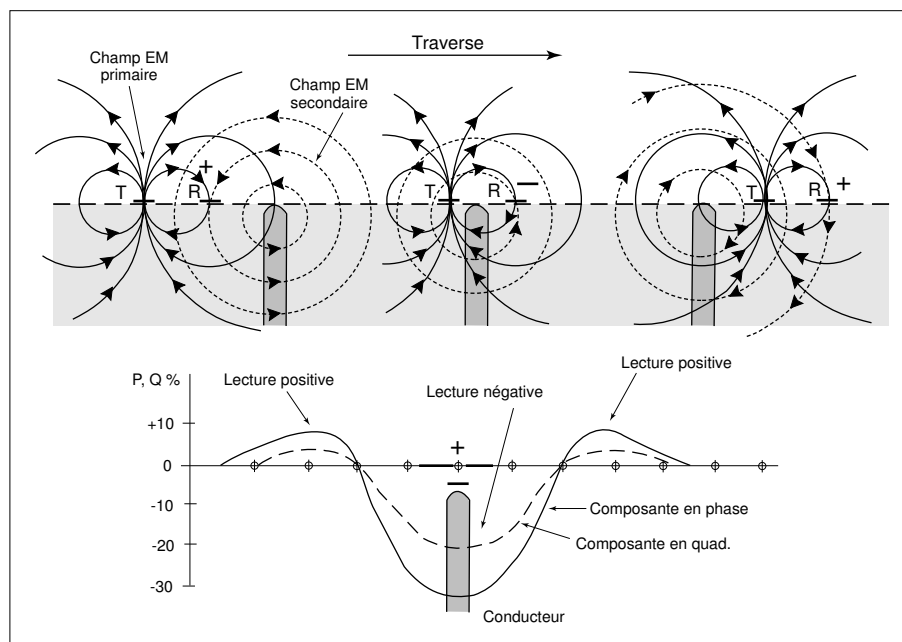


Figure 6.24: Principe de fonctionnement du EMH.

cette procédure résulte en une compensation du champ primaire imparfaite, et par conséquent, des lectures erratiques surtout quand il s'agit de la composante en phase.

En pratique, on utilise des fréquences d'excitation autour de 1 kHz avec des séparations des éléments entre 25 à 200 m. L'équipement dont les éléments sont illustrés à la figure 6.23 est léger, et alimenté par batterie.

Le dessin 6.24 ci-après met en évidence le principe du fonctionnement du EMH soit l'interaction (du point de vue des champs magnétiques) entre le système et le conducteur. Les lectures sont rapportées à un point situé exactement à mi-chemin entre le transmetteur et le récepteur. À noter, que le champ secondaire est exactement zéro lorsqu'un des éléments de l'appareillage se trouve directement au-dessus du conducteur. La partie inférieure du dessin indique une anomalie typique pour un conducteur vertical.

Le dessin B (???), met en évidence les résultats obtenus lors d'une prospection au sol dans le canton de Hébecourt. Le conducteur repéré s'est depuis avéré être un gisement économique à

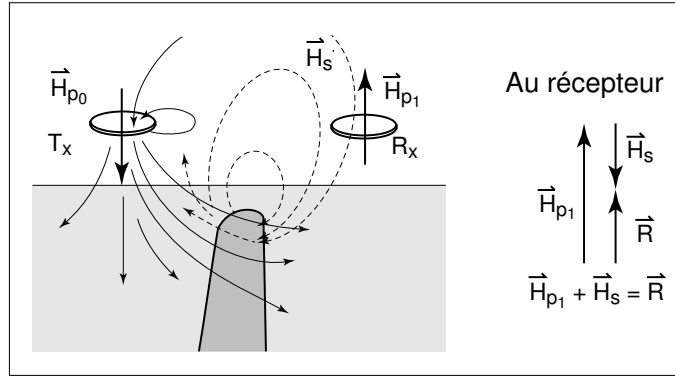


Figure 6.25: Calibration du récepteur. Le système est calibré de façon à annuler H_{p1} , et à ce que la réponse soit H_s .

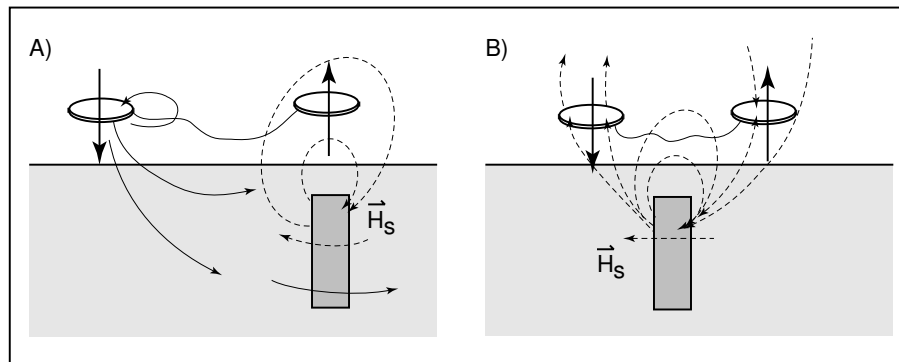


Figure 6.26: Illustration de l'effet de la position du dispositif de mesure par rapport au conducteur. a) Aucun couplage entre le conducteur et le R_x (ou T_x !) la réponse est nulle. b) Couplage maximum

3.7×10^6 tonnes de minerai.

Les résultats pouvant être obtenus avec cette méthode dépendent évidemment de la disposition du conducteur. Le dessin 6.27 ci-après, donne un aperçu de la variation de l'anomalie avec le pendage.

L'interprétation des résultats obtenus avec cette méthode, se fait en utilisant des abaques qui sont construites à l'aide des mesures au laboratoire sur des modèles réduits de conducteurs rencontrés sur le terrain. On obtient directement la profondeur du sommet du conducteur ainsi que sa conductance ($\sigma t =$ produit conductivité épaisseur) en fonction des lectures maximales obtenues sur le terrain.

Le graphique 6.28 ci-après, démontre une telle abaque faite pour des conducteurs verticaux et sans essayer de tenir compte des effets du mort-terrain. L'expérience a démontré que les approximations obtenues sont satisfaisantes, si le conducteur a un pendage de plus de 45° (anomalies presque symétriques). Le graphique exprime, en ordonnée, le pourcentage (anomalie) en quadrature (composante imaginaire Q ou I) et en abscisse, le pourcentage (anomalie) en phase P ou R (composante réelle). Chaque point marqué sur ce graphique représente les valeurs maxima (négatives) de l'anomalie en pourcentage de phase et de quadrature, mesurés au laboratoire au dessus d'une plaque conductrice (gisement) à une profondeur donnée. Les lignes pleines sur le graphique relient les points correspondants aux maxima de l'anomalie pour quatre plaques, à la même profondeur, mais de différentes conductance σt . Les lignes tiretées sur le graphique relient les points (correspondant aux maxima de l'anomalie) d'une même plaque placée à différentes profondeurs.

Il suffit d'avoir les résultats d'un relevé électromagnétique d'un conducteur présumé vertical. On note les maxima négatifs de phase et de quadrature (P et Q) de l'anomalie obtenue sur le conducteur,

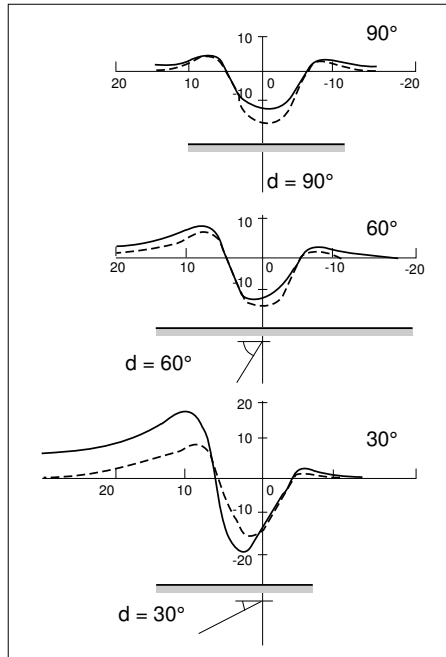


Figure 6.27: Effet du pendage sur la réponse EMH.

et on situe le point sur le graphique.

En interpolant entre les lignes pleines, on obtient directement la profondeur. En interpolant entre les lignes tiretées, on obtient un estimé de la conductance σt du conducteur.

Le graphique donne directement la conductance d'un conducteur mesuré sur le terrain avec un câble de 200 pieds, à une fréquence de 600 Hz. Une correction s'impose si la fréquence ou la longueur du câble sont différentes.

Dans le cas d'une anomalie complexe comme celle mise en évidence ci-dessous, l'interprétation finale se fait au laboratoire à l'aide des modèles réduits spécialement conçus à cette fin. Le même dessin met aussi en évidence le manque de résolution des conducteurs voisins.

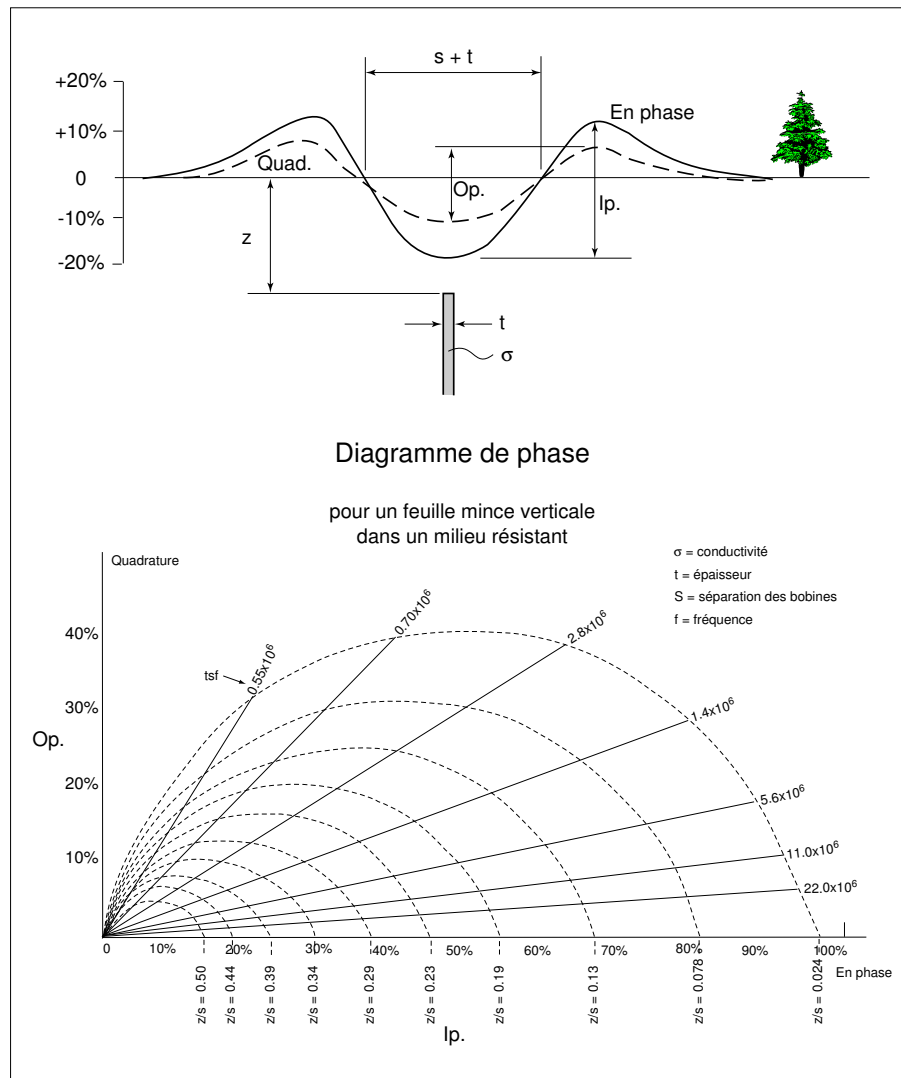


Figure 6.28: Abaque d'interprétation EMH.

Troisième partie

Les méthodes sismiques

7 Les méthodes sismiques

7.1 Introduction

7.1.1 Historique

La sismologie est la branche la plus développée de la géophysique. De fait, la sismologie est née de l'étude des tremblements de terre (seismos : tremblement, choc en grec) pour déterminer les causes et les effets de ce phénomène naturel catastrophique.

Depuis, le domaine s'est développé surtout sous l'impulsion de l'exploration économique du pétrole, et maintenant ce champ d'étude couvre un spectre très large de mouvements du sol depuis les tremblements de terre jusqu'au très faibles pulsations sismiques.

Les méthodes sismiques peuvent être divisées en deux groupes en fonction de la source d'énergie utilisée :

1. sismologie lorsque l'énergie provient de secousses naturelles (tremblement de terre, volcan) ;
2. sismique (ou « sismologie induite ») lorsque l'énergie est obtenue d'une explosion ou d'une source provoquée (explosifs, vibrateurs).

Parfois cette division est arbitraire (ex. : explosions nucléaires).

Les champs d'application sont :

- sismologie : étude des tremblements de terre ;
- séismotectonique ;
- sismique : surtout pour l'exploration, mais aussi pour le génie civil.

Le volume *Exploration seismology* de Sheriff et Geldart (1995) constitue une excellente référence en anglais au sujet des méthodes sismiques d'exploration. En français, le volume de Mari *et al.* (1998) est également un ouvrage de très bonne qualité.

7.2 Théorie

Les méthodes sismiques sont des techniques d'imagerie basées sur l'étude de la propagation des ondes sismiques. Les ondes sismiques sont de nature mécanique. On peut dire d'une onde que

- c'est une perturbation du milieu, qui se propage dans l'espace ;
- la propagation des fonction des propriétés physiques du milieu.

On peut décrire le phénomène de la propagation des ondes sismiques à partir de

- la loi de Hooke : reliant contrainte et déformation ;
- la deuxième loi de Newton : reliant force et accélération.

Ces concepts sont présentés dans cette section, qui est très largement inspirée de l'ouvrage de Dix (1952).

7.2.1 Caractéristiques élastiques des solides

Les méthodes sismiques reposent sur le principe de la propagation des ondes (déformation du milieu) dans un milieu élastique. Les ondes sismiques se propagent dans les matériaux comme des patrons de déformation de particules à travers les matériaux avec des vitesses qui dépendent de leurs propriétés élastiques et de leurs densités. Pour démontrer la nature de cette dépendance, nous décrivons les déformations en termes des forces qui les causent, définissant deux concepts importants, la contrainte et la déformation (*stress* et *strain* en anglais). Les relations entre contrainte et déformation pour un matériau particulier permettent de décrire les propriétés élastiques de ce matériau, ainsi que les caractéristiques (tel que la vitesse) des ondes qui s'y propagent.

On considérera le cas d'une onde se propageant dans un milieu élastique, homogène et isotrope. Un milieu est homogène lorsque ses propriétés sont les mêmes partout dans l'espace, et isotrope lorsque des propriétés sont uniformes selon la direction. La propagation dépend donc des propriétés ou constantes élastiques du milieu (et de leur distribution). Par ailleurs, sous l'action d'une contrainte, un matériau est déformé. La déformation est élastique si le corps reprend sa forme initiale lorsque la contrainte est retirée.

Les constantes élastiques mettent en relation *contrainte* (force) et *déformation* :

- contrainte : force par unité de surface (F/A) N/m^2 ;
- déformation : déformation unitaire $\frac{\Delta L}{L}$ ou $\frac{\Delta V}{V}$.

À l'intérieur des limites d'élasticité, la contrainte est proportionnelle à la déformation (loi de Hooke).

7.2.1.1 Quelques définitions

Module d'Young ou module d'élasticité (E)

$$E = \frac{F/A}{\Delta l/l} = \frac{\text{contrainte uniaxiale}}{\text{déformation parallèle à la contrainte}} \quad (7.1)$$

avec $F/A = P$.

Module d'élasticité volumique (κ) Contraintes hydrostatiques P dans les trois axes orthogonaux entraîne un changement de volume ΔV .

$$\kappa = \frac{\text{contrainte volumique}}{\text{déformation volumique}} = \frac{F/A}{\Delta V/V} = \frac{P}{\Delta V/V} \quad (7.2)$$

$1/\kappa$ est appelé compressibilité.

Module (d'élasticité) de cisaillement ou rigidité (μ) Mesure du rapport contrainte/déformation dans le cas d'un cisaillement simple tangentiel. Déformation sans changement de volume.

$$\mu = \frac{P}{\Delta l/l} = \frac{P}{\phi} \quad (7.3)$$

ϕ est l'angle de déformation.

Coefficient de Poisson (σ) σ est la mesure du changement géométrique dans la forme du corps élastique (dans les directions orthogonales à la direction de la contrainte)

$$\sigma = \frac{\text{déformation transversale}}{\text{déformation longitudinale}} = \frac{\Delta W/W}{\Delta l/l} \quad (7.4)$$

σ est toujours inférieur à 0.5. Pour la plupart des roches, $\sigma \approx 0.25$. Le coefficient de Poisson est relié au module d'Young par la 2^e constante de Lamé λ , qui vaut par définition,

$$\lambda = \frac{E\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}. \quad (7.5)$$

Les constantes élastiques sont indépendantes deux par deux.

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{E}{3(1-2\sigma)} \\ \mu &= \frac{E}{2(1+\sigma)} \\ E &= \frac{9\kappa\mu}{3\kappa+\mu} \\ \sigma &= \frac{3\kappa-2\mu}{6\kappa+2\mu}\end{aligned}$$

7.2.1.2 Contrainte

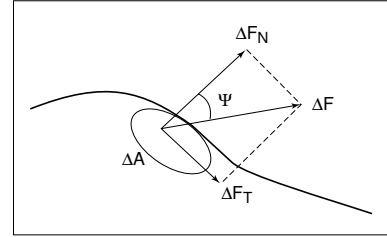
Soit une surface ΔA d'un solide quelconque sur laquelle une force $\Delta \vec{F}$ est exercée uniformément (figure 7.1). Si $\Delta \vec{F}$ fait un angle ψ avec la normale à ΔA , on peut décomposer $\Delta \vec{F}$ en ces 2 composantes : ΔF_n et ΔF_t .

La contrainte est définie comme le rapport de la force sur la surface

$$\vec{P} = \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta A}. \quad (7.6)$$

Lorsque A tend vers zéro,

$$\vec{P} = \frac{d\vec{F}}{dA}. \quad (7.7)$$



La contrainte normale (compression ou dilatation) s'exprime par dF_n/dA , la contrainte de cisaillement par dF_t/dA .

Figure 7.1: Force ΔF agissant sur un élément de surface ΔA .

De manière plus générale, si on utilise un système de référence xyz et une surface $dy dz$ dont la normale est selon x , les composantes de la contrainte seront en compression selon X_x et en cisaillement selon Y_x et Z_x .

Notation : la majuscule X est la direction de la normale au plan sur lequel la contrainte agit, en l'occurrence x , et l'indice x est la direction de la contrainte. Si on dessine les surfaces $dx dy$ et $dx dz$, on trouvera neuf composantes totales possibles, soient :

- trois contraintes de compression (ou dilatation) : X_x, Y_y et Z_z
- six contraintes de cisaillement : X_y, Y_x, X_z, Z_x, Y_z et Z_y ; avec $X_y = Y_x, X_z = Z_x$ et $Y_z = Z_y$.

7.2.1.3 Déformation en compression/dilatation

Considérons les changements de position de deux points A et B à l'intérieur d'un solide après une déformation linéaire de tension (figure 7.2). A et B sont distants de dx . Un mouvement de dilatation a déplacé A en A' et B en B' . Le premier s'est déplacé de u , le deuxième de $u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$.

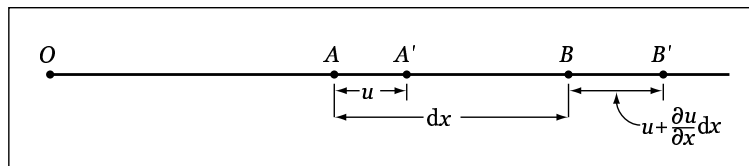


Figure 7.2: Distances utilisées pour définir une déformation linéaire.

On définit la déformation ϵ (*strain*) comme la variation du déplacement subie par A et B sur la séparation originale entre A et B

$$\begin{aligned} \text{déformation} &= \frac{\text{changement de distance entre } A \text{ et } B}{\text{distance originale}} \\ &= \frac{A'B' - AB}{AB} \end{aligned} \quad (7.8)$$

ou encore

$$\epsilon_{xx} = \frac{(dx - u + u + \frac{\partial u}{\partial x} dx) - dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (7.9)$$

et de manière similaire

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{et} \quad \epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}. \quad (7.10)$$

En sismique, l'ordre de grandeur de la déformation ϵ est 10^{-6} .

Pour un corps à trois dimensions se déformant dans la même direction selon ses trois axes (extension ou compression), on peut aussi trouver le rapport entre le changement de volume et le volume avant déformation. La variation selon les trois dimensions de l'espace est

initialement	sous contrainte
dx	$dx(1 + \epsilon_{xx})$
dy	$dy(1 + \epsilon_{yy})$
dz	$dz(1 + \epsilon_{zz})$

Le volume résultant initial est donc $V = dx dy dz$ et le volume final

$$V' = dx dy dz (1 + \epsilon_{xx})(1 + \epsilon_{yy})(1 + \epsilon_{zz}).$$

Le coefficient de dilatation θ sera

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{(V' - V)}{V} = \frac{\Delta V}{V} \\ &= \frac{dx dy dz (1 + \epsilon_{xx})(1 + \epsilon_{yy})(1 + \epsilon_{zz}) - dx dy dz}{dx dy dz} \\ &= (1 + \epsilon_{xx})(1 + \epsilon_{yy})(1 + \epsilon_{zz}) - 1 \\ &= 1 + (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) + (\epsilon_{xx}\epsilon_{yy} + \epsilon_{xx}\epsilon_{zz} + \epsilon_{yy}\epsilon_{zz} + \epsilon_{xx}\epsilon_{yy}\epsilon_{zz}) - 1. \end{aligned} \quad (7.11)$$

En négligeant les produits des ϵ_{xx} , ϵ_{yy} et ϵ_{zz} , on a

$$\theta = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}. \quad (7.12)$$

7.2.1.4 Déformation en cisaillement

Si un bloc cubique est attaché par sa face inférieure à une surface immobile (figure 7.3a) et qu'on exerce une traction sur la surface supérieure, on déforme le cube de telle manière que les surfaces auparavant verticales sont maintenant inclinées par un angle α .

Si on attache le bloc seulement par un point, et qu'on le laisse libre de tourner sous l'action d'un cisaillement (*shear*) aussi bien que de se déformer de façon élastique, on observe un allongement de la diagonale principale, et un raccourcissement de l'autre diagonale, et une rotation le long de la diagonale et déplacement selon la diagonale (figure 7.3b).

On définit ϕ l'angle de rotation de la diagonale et $\alpha/2$ l'angle de déformation des faces x' et y' par rapport à x et y . L'angle $\alpha/2 + \phi$ est assez petit pour être approximé par sa tangente :

$$\alpha/2 + \phi \approx \tan(\alpha/2 + \phi) = \frac{\frac{\partial u}{\partial y} dy}{dy} = \frac{\partial u}{\partial y}.$$

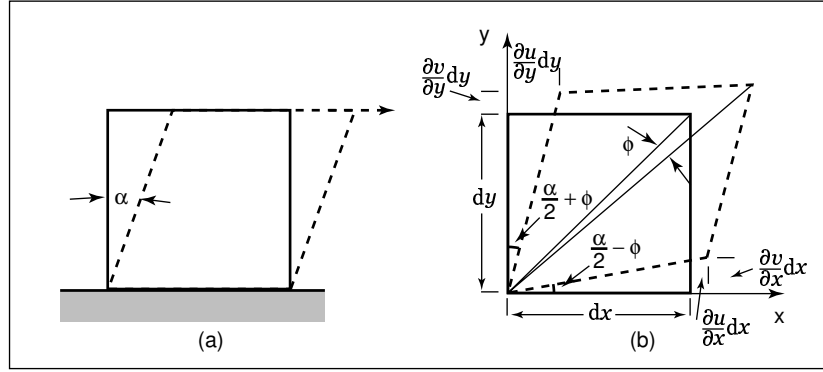


Figure 7.3: Déformations en cisaillement : a) cisaillement pur b) cisaillement et rotation

De la même manière, l'angle $\alpha/2 - \phi$ peut aussi être approximé par sa tangente $\partial v/\partial x$. Si on définit ϵ_{xy} comme la déformation de cisaillement, alors

$$\alpha/2 + \phi = \partial u/\partial y$$

$$\alpha/2 - \phi = \partial v/\partial x$$

et

$$\epsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad (7.13)$$

$$\phi = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right). \quad (7.14)$$

En trois dimensions, on a

$$\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (7.15)$$

$$\epsilon_{yz} = \epsilon_{zy} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z},$$

$$\epsilon_{zx} = \epsilon_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (7.16)$$

7.2.1.5 Relations entre contrainte et déformation (loi de Hooke)

Dans cette section, on dérive les lois de Hooke, reliant contrainte et déformation. Ces relations permettent d'obtenir les équations de déplacement décrivant le comportement des ondes sismiques.

La catégorisation d'un matériau comme étant élastique implique que la déformation est directement proportionnelle à la contrainte appliquée. Dans le cas d'une déformation linéaire dans une seule direction, on a la relations suivante entre la contrainte X_x et la déformation $\frac{\partial u}{\partial x}$

$$X_x = E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (7.17)$$

où E est la constante de proportionnalité et est appelée module d'Young (de l'ordre de 30 gigapascal, de 1012 dyne/cm², d'un mégabar).

Pour un corps à trois dimensions, la relation est plus complexe parce la contrainte X_x va causer une elongation selon l'axe des x (ϵ_{xx}) mais aussi des contractions selon les axes y et z (ϵ_{yy} et ϵ_{zz}

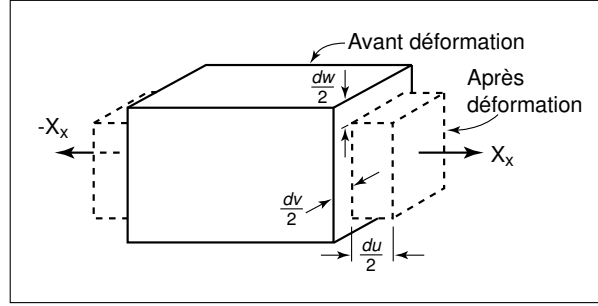


Figure 7.4: Déformation parallèle.

respectivement). Les quantités ϵ_{yy} et ϵ_{zz} sont plus petites que ϵ_{xx} et lui sont reliées par la même constante de proportionnalité $\sigma = -\epsilon_{yy}/\epsilon_{xx}$, appelée coefficient de Poisson. On aura

$$E \frac{\partial u}{\partial x} = X_x \quad E \frac{\partial v}{\partial y} = -\sigma X_x \quad E \frac{\partial w}{\partial z} = -\sigma X_x. \quad (7.18)$$

En sismique, σ vaut entre 0.2 et 0.3 pour roches cristallines, et entre 0.02 et 0.05 pour roches sédimentaires clastiques, non-indurées.

La relation entre la déformation et les contraintes de cisaillement est simple. Pour de petites déformations telles qu'observées en sismique, les deux quantités sont directement proportionnelles :

$$X_y = Y_x = \mu \epsilon_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (7.19)$$

Le terme μ est appelé module de rigidité. Pour la plupart des roches, μ varie entre 0.1 et 0.7 Mbar. Le module de rigidité peut s'exprimer en fonction du module d'Young et du coefficient de Poisson :

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \sigma)}. \quad (7.20)$$

On sait que l'expression

$$E \frac{\partial u}{\partial x} = X_x - \sigma Y_y - \sigma Z_z;$$

(des relations similaires pour $E \frac{\partial v}{\partial y}$ et $E \frac{\partial w}{\partial z}$) devient en utilisant la deuxième constante de Lamé λ définie à l'équation (7.5) (d'après (Dix, 1952, p. 303–305))

$$X_x = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right). \quad (7.21)$$

Or, à partir des relations (7.12), (7.19) et (7.21) on obtient les relations de Hooke reliant déformations et contraintes pour solides idéaux, qui sont

$$\begin{aligned} X_x &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \theta & X_y = Y_x &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ Y_y &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \theta & Z_x = X_z &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ Z_z &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \theta & Y_z = Z_y &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (7.22)$$

En utilisant la notation ϵ pour les contraintes, ce système peut se récrire sous forme matricielle

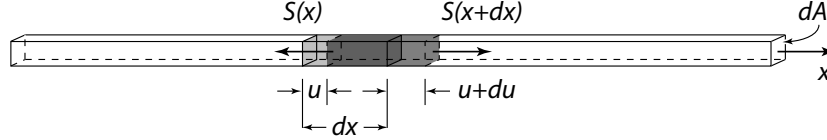


Figure 7.5: Onde P dans selon x causant une déformation élastique sur un élément de tige.

compacte $\mathbf{S} = \mathbf{C}\boldsymbol{\epsilon}$:

$$\begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{xy} \\ S_{yz} \\ S_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{bmatrix} \quad (7.23)$$

Si, par ailleurs, la contrainte résulte d'un excès de pression hydrostatique ΔP , les trois composantes sont égales à ΔP , et

$$\begin{aligned} E \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= (1 - 2\sigma)(X_x + Y_y + Z_z) \\ &= (1 - 2\sigma)(3\Delta P) \\ E\theta &= (1 - 2\sigma)(3\Delta P) \end{aligned} \quad (7.24)$$

où $\theta = \Delta V/V = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$.

Si on définit la compressibilité β comme

$$\beta = \frac{\theta}{\Delta P} = \frac{(\Delta V/V)}{\Delta P} \quad (7.25)$$

et le module de masse $\kappa = \beta^{-1}$, alors

$$\kappa = \frac{\Delta P}{\theta} = \frac{E}{3(1 - 2\sigma)}. \quad (7.26)$$

7.2.2 Les ondes, leurs propriétés et leur propagation

7.2.2.1 Propagation des ondes de compression et cisaillement

Lorsqu'une contrainte est appliquée subitement à un corps élastique (choc) ou lorsque la contrainte est relâchée, les particules subissent une accélération, et la modification de la déformation correspondante est propagée sous forme d'une onde élastique. L'idée de cette section est de relier la loi de Hooke (reliant contrainte et déformation) à la deuxième loi de Newton (reliant force et accélération) pour décrire le comportement des ondes sismiques. Examinons d'abord un cas unidimensionnel où la déformation et la contrainte sont confinées à une seule direction (Figure 7.5). Sur la figure, dA représente la section de la tige, E est le module d'Young et ρ est la densité.

L'élément dx va bouger s'il est soumis à une contrainte $S(x)$. La force appliquée est $S \times dA$, la force nette sur dx est $S(x + dx)dA - S(x)dA$, elle est aussi égale à $m\gamma$ où γ est l'accélération. On a ainsi

$$m\gamma = \rho dx dA \frac{d^2 u}{dt^2} \quad (7.27)$$

qui s'écrit aussi

$$[S(x + dx) - S(x)] dA = \rho \frac{d^2 u}{dt^2} dx dA. \quad (7.28)$$

À la limite $dx \rightarrow 0$, on peut également écrire que

$$S(x + dx) - S(x) = \left(\frac{dS}{dx} \right) dx. \quad (7.29)$$

En reprenant l'équation (7.17) ($S = E \frac{du}{dx}$) et en la dérivant

$$\frac{dS}{dx} = E \frac{d^2 u}{dx^2},$$

ce qui fait qu'on aura donc

$$E \frac{d^2 u}{dx^2} dx dA = \rho \frac{d^2 u}{dt^2} dx dA, \quad (7.30)$$

ce qui revient à

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{\rho}{E} \frac{d^2 u}{dt^2}. \quad (7.31)$$

Or, la forme classique de l'équation d'une onde 1-D est

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \frac{d^2 u}{dt^2}. \quad (7.32)$$

où v est la vitesse de propagation. On en déduit donc que

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (7.33)$$

Donc, la vitesse de l'onde ne dépend que du module d'Young de la tige et de sa densité.

Pour le cas tridimensionnel, on trouve une solution similaire pour les ondes de compression :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{\rho}{\lambda + \mu} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (7.34)$$

où

$$\frac{\rho}{\lambda + \mu} = \frac{\rho(1 - 2\sigma)(1 + \sigma)}{E(1 - \sigma)}$$

et où λ est la 2^e constante de Lamé.

Pour les ondes de cisaillement, on a

$$\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial z^2} = \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} \quad (7.35)$$

où $\theta_x = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$. En comparant ces deux équations avec (7.32), on trouve que

$$v_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E(1 - \sigma)}{\rho(1 - 2\sigma)(1 + \sigma)}} \quad (7.36)$$

$$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho 2(1 + \sigma)}} \quad (7.37)$$

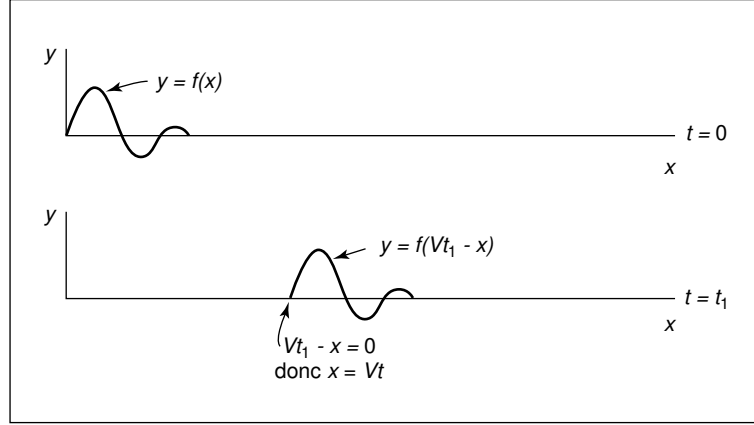


Figure 7.6: Propagation d'une déformation.

Solutions aux équations d'onde

Soit une onde monochromatique telle que

$$\theta = \theta_0 \exp^{i\omega_0 t}. \quad (7.38)$$

Si on applique la transformée de Fourier (T.F.) à l'équation 1-D, alors

$$\frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial x^2} + \frac{\omega_0^2}{v^2} \tilde{\theta} = 0 \quad (7.39)$$

où $\tilde{\theta}$ est la T.F. de θ . Posons $k = \frac{\omega_0}{v}$, alors (7.39) devient

$$\frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial x^2} + k^2 \tilde{\theta} = 0, \quad (7.40)$$

et la solution est de la forme

$$\begin{aligned} \tilde{\theta} &= (A \exp^{ikx} + B \exp^{-ikx}) \exp^{i\omega_0 t} \\ &= A \exp^{i(\omega_0 t + kx)} + B \exp^{i(\omega_0 t - kx)} \\ &= A \exp^{i2\pi(\frac{t}{T_0} + \frac{f_0 x}{v})} + B \exp^{i2\pi(\frac{t}{T_0} - \frac{f_0 x}{v})} \end{aligned} \quad (7.41)$$

où $\frac{f_0}{v} = \frac{1}{T_0 v} = \frac{1}{\lambda_0}$, λ_0 étant la longueur d'onde. On a alors comme solution

$$\tilde{\theta} = A \exp^{i2\pi(\frac{t}{T_0} + \frac{x}{\lambda_0})} + B \exp^{i2\pi(\frac{t}{T_0} - \frac{x}{\lambda_0})} \quad (7.42)$$

La solution de l'équation d'onde peut être exprimée comme un déplacement qui maintient sa forme lorsque x et t varient aussi longtemps qu'ils sont reliés par $vt - x = \text{Cte}$. Ceci est une autre façon de dire que l'onde se propage avec une vitesse égale à x/t (voir figure 7.6).

Soit maintenant une déformation en cisaillement, avec α la déformation en cisaillement et θ la dilatation cubique. Les termes α et θ sont fonction de $(vt - x)$. Ainsi, la déformation est exprimée de façon mathématique par

$$f(vt - x) = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos nk_1(vt - x) + B_n \sin nk_1(vt - x)] \quad (7.43)$$

ou encore

$$f(vt - x) = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos 2\pi n(t/T_1 - x/\lambda_1) + B_n \sin 2\pi n(t/T_1 - x/\lambda_1)] \quad (7.44)$$

où

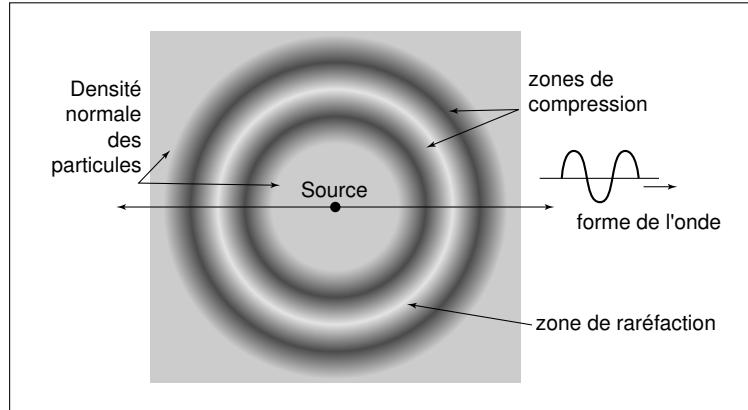


Figure 7.7: Étalement sphérique d'une onde de compression dans un plan passant par la source au centre des sphères en expansion.

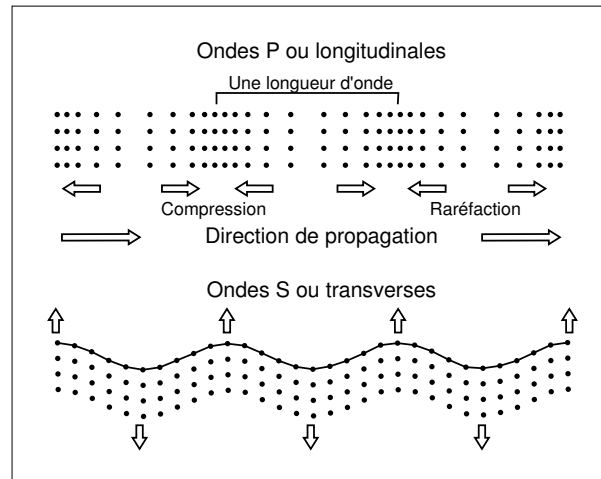


Figure 7.8: Ondes P et S.

- A_n et B_n sont les coefficients de Fourier ;
- $n = 1, 2, 3, \rightarrow \infty$;
- $T_1 = 1/f_1$ est la période fondamentale de l'onde ($= \lambda_1/v$) ;
- $\lambda_1 = vT_1 = v/f_1$ est la longueur de l'impulsion originale.

7.2.2.2 Les types d'ondes sismiques

Il existe deux grands types d'ondes : les ondes de milieu (ondes P et S) et les ondes de surface (ondes de Rayleigh et de Love).

Ondes de compression (P)

- Dans ce cas, le mouvement des particules consiste en une alternance de condensation et de raréfaction pendant lesquels les particules adjacentes se retrouvent plus près et plus loin les unes des autres.
- Un impact soudain sur un point à l'intérieur d'un milieu élastique homogène infini produit une région de compression qui se déplace loin du point d'application sous une forme sphérique. Derrière cette zone de compression, on retrouve une autre coquille sphérique représentant une

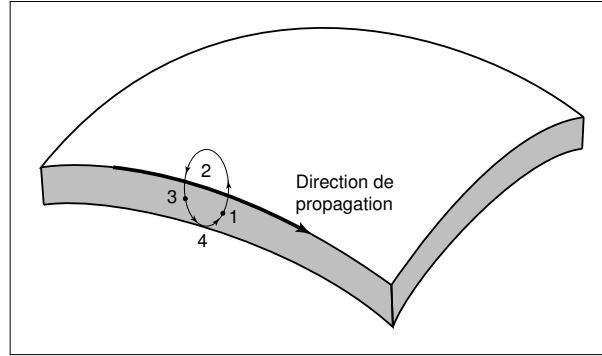


Figure 7.9: Onde de Rayleigh.

zone de raréfaction et à une distance à peu près égale à celle séparant les deux premières zones, une autre zone de compression.

- Dix (1952) a montré qu'une compression initiale des particules est suivie d'au moins une raréfaction et d'une autre compression avant que l'état statique premier des particules ne soit retrouvé.
- La vitesse de déplacement des fronts de compression/raréfaction est donnée par

$$v_p = \sqrt{\frac{E(1 - \sigma)}{\rho(1 - 2\sigma)(1 + \sigma)}}.$$

Ondes de cisaillement (S)

- Le déplacement des particules est toujours perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde;
- Leur vitesse est

$$v_s = \sqrt{\frac{E}{\rho 2(1 + \sigma)}}$$

- On note que $v_p > v_s$. Pour la plupart des roches consolidées, le ratio $V_p/V_s \approx 1.5-2.0$. Par exemple, si le coefficient de Poisson $\sigma = 0.25$, $V_p/V_s = 1.73$ et $V_s/V_p = 0.58$. De plus, comme ρ ne varie pas plus que par un facteur de 2 dans les roches usuelles et que σ ne varie pas beaucoup, on voit que v_p et v_s dépendent essentiellement de E .
- Puisque les déformations par cisaillement ne sont pas possible dans les liquides, les ondes de cisaillement ne se propagent pas dans les liquides.
- On pense que le noyau extérieur de la Terre est liquide parce qu'il ne transmet pas les ondes de cisaillement produites par les tremblements de terre.

Ondes de Rayleigh

- Elles voyagent le long de la surface libre d'un matériau solide.
- Le mouvement des particules suit une trajectoire elliptique rétrograde et se fait dans un plan vertical.
- L'amplitude du mouvement décroît exponentiellement avec la profondeur.
- Leur vitesse est d'environ 9/10 de V_s dans le même matériau.
- Leur vitesse varie aussi en fonction de la longueur d'onde (dispersion).
- Elles constituent la composante principale du *ground roll*.

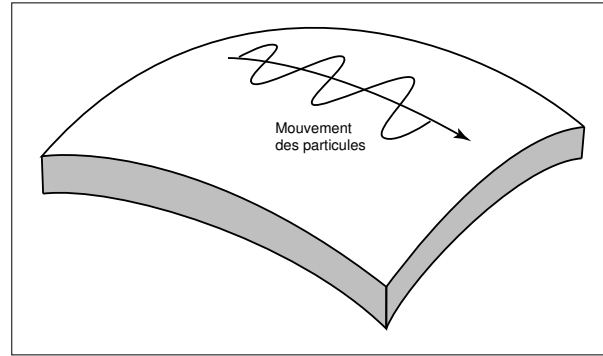


Figure 7.10: Onde de Love.

Ondes de Love

- Elles sont observées seulement lorsqu'il y a une couche de basse vitesse recouvrant un substratum de vitesse plus élevée.
- Elles se propagent par multiples réflexions entre le sommet et le plancher de la couche de basse vitesse.
- Ce sont des ondes de surface dont le mouvement est horizontal et perpendiculaire à la direction de propagation.
- Elles montrent de la dispersion.
- Puisque leur mouvement est horizontal, elles ne sont pas enregistrées lors de levés sismiques puisque la plupart des géophones ne répondent qu'aux mouvements verticaux.

7.2.2.3 Absorption

Soit une onde possédant une énergie E , constante dans le temps et l'espace. L'énergie E d'une onde est proportionnelle au carré de son amplitude A . Lorsqu'une onde sphérique s'éloigne de sa source, l'énergie doit se distribuer sur la surface de la sphère (S), celle-ci augmentant avec le carré du rayon r de la sphère. L'énergie par unité de surface varie inversement avec le carré de la distance de la source. L'amplitude qui est proportionnelle à la racine carrée de l'énergie par unité de surface devrait être inversement proportionnelle à la distance parcourue par l'onde. On a alors les relations suivantes : $S \propto r^2$, $E/S \propto r^{-2}$ et $A \propto \sqrt{E/S}$, d'où $A \propto r^{-1}$. Cette diminution d'amplitude en fonction de la distance est appelée divergence géométrique.

En plus de la divergence géométrique, il y a une certaine perte due à la friction (transformation de l'énergie élastique en chaleur). Cette perte est habituellement une fonction exponentielle de la distance. Pour un matériau homogène

$$A = A_0 \exp^{-\alpha x} \quad (7.45)$$

où A est l'amplitude à une distance x de la source, A_0 est l'amplitude initiale à la source et α est le coefficient d'absorption.

On peut aussi récrire (7.45) en incluant le terme dû à la divergence géométrique, ce qui donne

$$A = A_0 \frac{r_0}{r} \exp^{-\alpha(r-r_0)} \quad (7.46)$$

où A_0 est l'amplitude mesurée à la distance r_0 et A est l'amplitude mesurée à la distance r .

Expériences de Born

Lorsqu'il y a friction dans un solide, on suppose que le coefficient d'absorption α est proportionnel à la fréquence f de l'onde sismique. On définit alors

$$\alpha = \frac{\pi f}{Qv} \quad (7.47)$$

où v est la vitesse de propagation. En fonction de la longueur d'onde λ , on a

$$\alpha = \frac{\pi}{Q\lambda} \quad (7.48)$$

Le terme Q est appelé facteur de qualité. C'est un facteur adimensionnel permettant de comparer les matériaux entre eux. Un matériau avec un facteur Q élevé transmet bien les ondes sismiques (il y a peu d'atténuation). Q peut être défini comme

$$\begin{aligned} Q &= 2\pi / (\text{fraction d'énergie perdu par cycle}) \\ &= 2\pi(E/\Delta E) \end{aligned}$$

7.2.2.4 Principe de Huygens

Le principe de Huygens stipule que chaque point sur le front d'onde est la source d'une nouvelle onde qui voyage loin de cette source selon une trajectoire sphérique.

Si les ondes sphériques ont un rayon assez grand, on peut les traiter comme des plans. Les lignes perpendiculaires aux front d'ondes qu'on appelle rais sont utilisées pour décrire la propagation des ondes.

7.2.2.5 Réflexion

Soit une onde longitudinale faisant un angle d'incidence i avec une interface plane séparant deux matériaux élastiques aux caractéristiques suivantes (figure 7.11)

vitesse onde compression	v_{p1}	v_{p2}
vitesse onde cisaillement	v_{s1}	v_{s2}
densité	ρ_1	ρ_2

Considérant le front d'onde AB , en appliquant le principe de Huygens, A devient le point de départ d'une nouvelle onde de compression et d'une onde de cisaillement. Ces deux ondes se déplacent sous forme sphérique dans le médium. Si on considère seulement la partie réfléchie, on voit que pendant le temps que le rai passant par B a pris pour atteindre l'interface en C située à une distance x de B , l'onde de compression provenant de A aura aussi voyagé une distance x et l'onde de cisaillement une distance $\frac{v_{s1}}{v_{p1}}x$. Si on trace une tangente du point C au front d'onde de compression, on voit que l'angle de réflexion r_p est égal à l'angle d'incidence i . Pour l'onde de cisaillement, l'angle de réflexion r_s est donné par

$$\sin r_s = \frac{V_{s1}}{v_{p1}} \sin i \quad (7.49)$$

Lorsque $i = 0$, le rapport entre l'énergie réfléchie et l'énergie incidente est donné par

$$\left. \frac{E_r}{E_i} \right|_0 = \frac{(\rho_2 v_{p2} - \rho_1 v_{p1})^2}{(\rho_2 v_{p2} + \rho_1 v_{p1})^2}. \quad (7.50)$$

Ce rapport dépend de l'impédance acoustique (ρv). Si $\rho_2 v_2 = \rho_1 v_1$, il n'y a pas de réflexion.

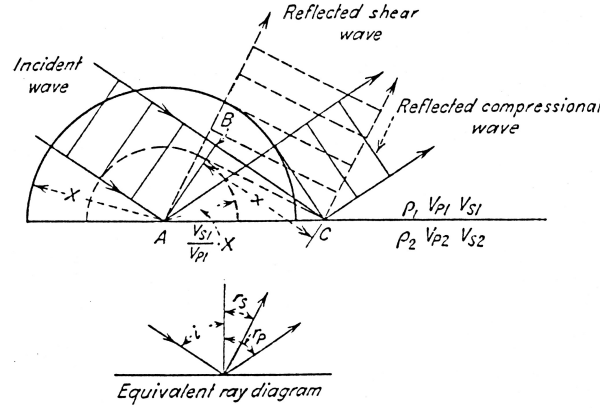


Figure 7.11: Réflexion à une interface.

7.2.2.6 Réfraction

Examinons ce qui se passe dans le deuxième matériau en présence d'un front d'onde incident de AC . Pendant le temps que le rai passant en C a pris pour atteindre l'interface en B (distance x), l'onde de compression provenant de A aura voyagé d'une distance (figure 7.12)

$$x_c = \frac{v_{p2} x}{v_{p1}}$$

et l'onde de cisaillement

$$x_s = \frac{v_{s2} x}{v_{p1}}$$

La géométrie du problème nous dit également que

$$\sin i = \frac{BC}{AB} = \frac{x}{AB},$$

et

$$\sin r_p = \frac{AD}{AB} = \frac{v_{p2} x}{v_{p1} AB},$$

d'où on tire la loi de Snell

$$\frac{\sin i}{\sin r_p} = \frac{v_{p1}}{v_{p2}}. \quad (7.51)$$

Pour l'onde de cisaillement, on a

$$\frac{\sin i}{\sin r_s} = \frac{v_{p1}}{v_{s2}}. \quad (7.52)$$

Lorsque $\sin i = \frac{v_{p1}}{v_{p2}}$, $\sin r_p = 1$ et $r_p = 90^\circ$, l'onde ne pénètre pas dans le deuxième matériau mais voyage à l'interface entre les deux milieux.

L'angle critique est défini par

$$i_c = \sin^{-1} \left(\frac{v_{p1}}{v_{p2}} \right). \quad (7.53)$$

Pour tout angle d'incidence i plus grand que i_c , il n'y a pas de réfraction et l'onde est totalement réfléchi.

Les lois de la réflexion et de la réfraction peuvent être synthétisés en statuant que : à une interface, la quantité

$$p = \frac{\sin \theta_i}{v_i} \quad (7.54)$$

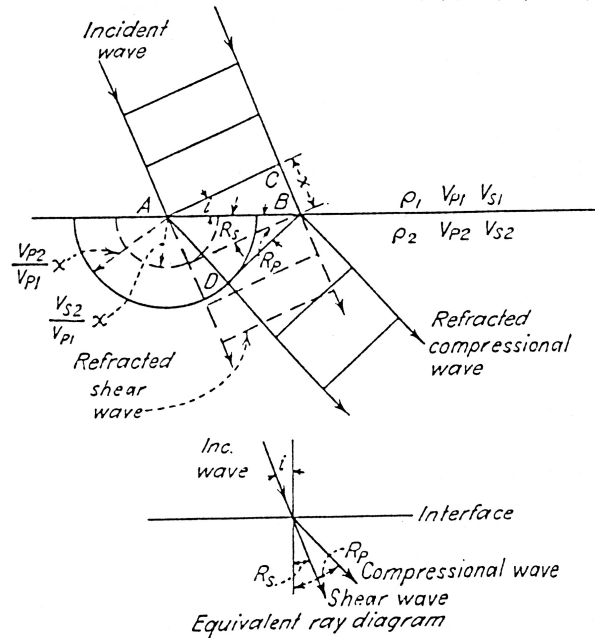


Figure 7.12: Réfraction à une interface.

a la même valeur pour l'onde incidente, l'onde réfléchie, et l'onde réfractée. Il s'agit de la forme générale de la loi de Snell. La quantité p est appelée paramètre du rai (*ray parameter*).

7.2.2.7 Diffraction

Lorsqu'une onde sismique rencontre une irrégularité le long d'une surface (un « coin » ou un chargement soudain du rayon de courbure), cette irrégularité agit comme une source ponctuelle d'ondes qui se propagent dans toutes les directions selon le principe d'Huygens.

7.2.2.8 Vitesse de propagation des ondes

La plupart des roches ignées et métamorphiques sont peu ou pas poreuses et la vitesse de propagation dépend principalement des propriétés élastiques des minéraux composant la roche. Les roches sédimentaires possèdent des structures beaucoup plus complexes avec des pores entre les grains qui peuvent contenir des fluides ou des minéraux plus mous comme de l'argile. Pour de telles roches, la vitesse de propagation dépend beaucoup de la porosité du matériel remplissant les pores et de la pression. La vitesse moyenne pour les roches ignées est plus élevée que pour les autres types de roches. La plage de vitesses est aussi moins grande et la variation avec la profondeur d'enfouissement est faible.

Il existe une formule expérimentale liant les vitesses v_m de la matrice, v_f du fluide dans les pores et la porosité ϕ :

$$\frac{1}{v} = \frac{(1 - \phi)}{v_m} + \frac{\phi}{v_f} \quad (7.55)$$

7.3 Interprétation

7.3.1 Définitions

Hodochrone Répartition d'une onde dans le plan x, t .

Dromochronique Hodochrone d'une onde directe ou réfractée.

7.3.2 Sismique réfraction

7.3.2.1 Réfraction pour deux couches horizontales

Considérons la figure 7.13. À partir de la dromochronique (figure $t - x$ de droite), on veut retrouver le modèle de gauche, soit les variables v_1, v_2 et h . Les vitesses sont obtenues directement de la dromochronique (inverse de la pente). L'épaisseur h est obtenue par le développement suivant. Le temps de propagation de l'onde directe est :

$$t_d = \frac{x}{v_1}$$

Pour l'onde réfractée, on a :

$$\begin{aligned} t_r &= \frac{AB}{v_1} + \frac{BC}{v_2} + \frac{CD}{v_1} \\ &= \frac{2h}{v_1 \cos i_{12}} + \frac{x - 2h \tan i_{12}}{v_2} \end{aligned}$$

Si on se positionne à x_c , alors $t_d = t_r$, et

$$\begin{aligned} \frac{x_c}{v_1} &= \frac{2h}{v_1 \cos i_{12}} + \frac{x_c - 2h \tan i_{12}}{v_2} \\ &= \frac{x_c}{v_2} + \frac{2h}{v_1 \cos i_{12}} \left[1 - \frac{v_1 \sin i_{12}}{v_2} \right]; \text{ or, } \sin i_{12} = \frac{v_1}{v_2} \\ &= \frac{x_c}{v_2} + \frac{2h}{v_1 \cos i_{12}} [1 - \sin^2 i_{12}] \end{aligned}$$

En manipulant les équations, on trouve

$$\begin{aligned} \frac{x_c}{v_1} &= \frac{x_c}{v_2} + \frac{2h}{v_1} \cos i_{12} \\ x_c \left[\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right] &= \frac{2h}{v_1 \cos i_{12}} \\ \frac{x_c v_1}{2 \cos i_{12}} \left[\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right] &= h \\ \frac{x_c}{2\sqrt{1 - \sin^2 i_{12}}} [1 - \sin i_{12}] &= h \end{aligned}$$

$$h = \frac{x_c}{2} \sqrt{\frac{1 - \sin i_{12}}{1 + \sin i_{12}}}$$

$$h = \frac{x_c}{2} \sqrt{\frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1}} \quad (7.56)$$

$$h = \frac{t_1}{2} \frac{v_1 v_2}{\sqrt{v_2^2 + v_1^2}} \quad (7.57)$$

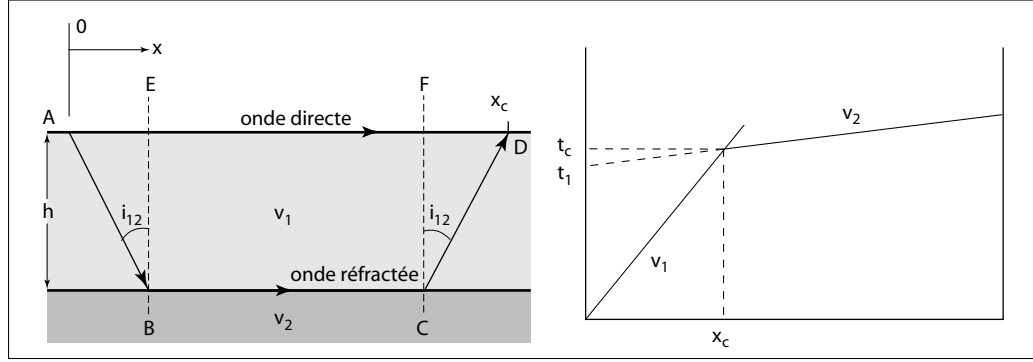


Figure 7.13: Réfraction pour un terrain à deux couches.

7.3.2.2 Interprétation cas deux terrains séparés par un plan incliné

Soit le modèle de la figure 7.14.

Marche à suivre :

- 1 - obtenir un tir direct et inverse, les temps finaux doivent être égaux ;
- 2 - obtenir les vitesses v_1 , v_2^+ et v_2^- ;
- 3 - obtenir les temps d'intercepte t_1^- et t_1^+ , ou préférablement les distances critiques x_{c1}^- et x_{c1}^+ ;
- 4 - calculer les angles i_{12} et ϕ :

$$i_{12} = \frac{1}{2} \left[\sin^{-1} \left(\frac{v_1}{v_2^-} \right) + \sin^{-1} \left(\frac{v_1}{v_2^+} \right) \right]$$

$$\phi = \frac{1}{2} \left[\sin^{-1} \left(\frac{v_1}{v_2^-} \right) - \sin^{-1} \left(\frac{v_1}{v_2^+} \right) \right]$$

- 5 - calculer

$$v_2 = \frac{v_1}{\sin i_{12}}$$

ou

$$v_2 = \frac{2v_2^- v_2^+ \cos \phi}{v_2^- + v_2^+}$$

- 6 - calculer h_A et h_B par les interceptes ou les distances critiques

- 6 a) Méthode des interceptes

$$h_A = \frac{t_1^- v_1}{2 \cos i_{12} \cos \phi} = \frac{t_1^-}{2 \cos \phi \sqrt{\frac{1}{v_1^2} - \frac{1}{v_2^2}}}$$

$$h_B = \frac{t_1^+ v_1}{2 \cos i_{12} \cos \phi} = \frac{t_1^+}{2 \cos \phi \sqrt{\frac{1}{v_1^2} - \frac{1}{v_2^2}}}$$

- 6 b) Distances critiques

$$h_A = \frac{x_{c1}^- [1 - \sin(i_{12} + \phi)]}{2 \cos i_{12} \cos \phi} = \frac{x_{c1}^- \left[1 - \frac{v_1}{v_2^-} \right]}{2 \cos \phi \sqrt{1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2}}$$

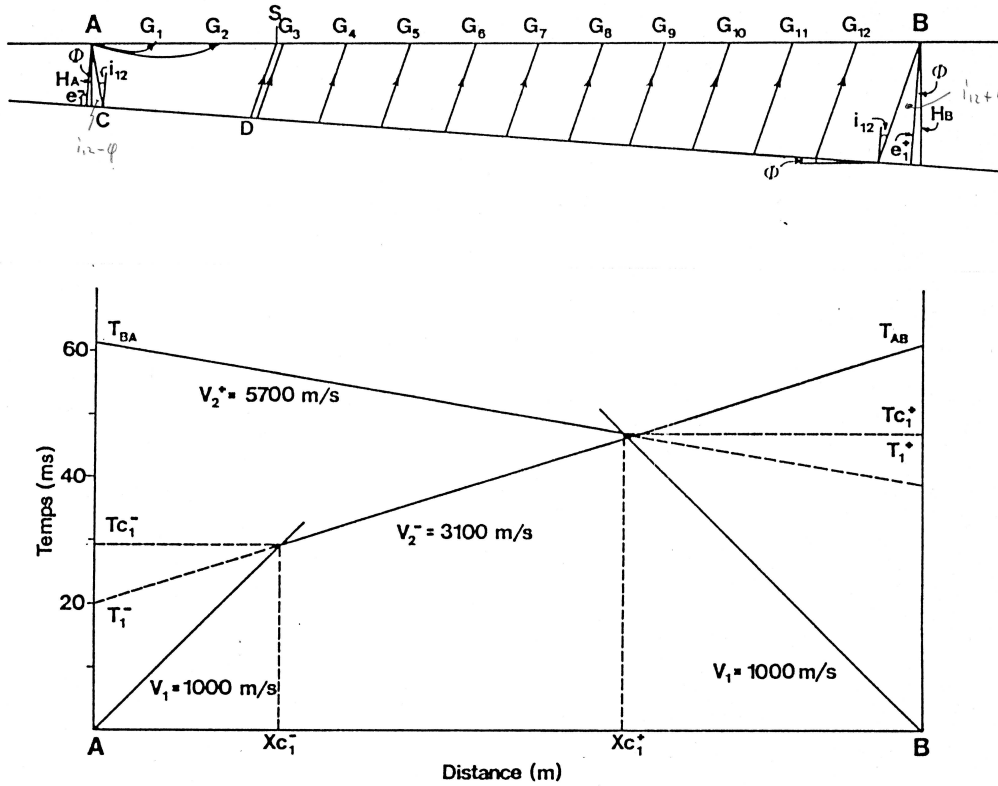


Figure 7.14: Deux terrains séparés par un plan incliné.

$$h_B = \frac{x_{c_1}^+ [1 - \sin(i_{12} - \phi)]}{2 \cos i_{12} \cos \phi} = \frac{x_{c_1}^+ \left[1 - \frac{v_1}{v_2^+}\right]}{2 \cos \phi \sqrt{1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2}}$$

La méthode des interceptes est moins précise à cause de l'extrapolation nécessaire.

7 - vérifier que $h_B = h_A + AB \tan \phi$

8 - tracer l'interface inclinée au moyen de h_A et h_B . Trouver les points d'incidence et éliminer les parties de l'interface non parcourues par les rais réfractés.

Les points d'incidence peuvent être trouvés de plusieurs façons :

8 a) mesurer les distances inclinées sous le point de tir

$$A = h_A \frac{\sin(i_{12} - \phi)}{\cos i_{12}}$$

$$B = h_B \frac{\sin(i_{12} + \phi)}{\cos i_{12}}$$

8 b) mesurer et dessiner l'angle fait par les rais sous le point de tir :

$$\text{pour A : } i_{12} - \phi = \sin^{-1} \left(\frac{v_1}{v_2^+} \right)$$

$$\text{pour B : } i_{12} + \phi = \sin^{-1} \left(\frac{v_1}{v_2^-} \right)$$

8 c) calculer les coordonnées des points d'incidence, l'origine étant le point de tir le plus rapproché.

Sous le point A :

$$x = h_A \frac{\sin(i_{12} - \phi) \cos \phi}{\cos i_{12}}$$

$$z = h_A \left[1 + \frac{\sin(i_{12} - \phi) \sin \phi}{\cos i_{12}} \right]$$

sous le point B :

$$x = h_B \frac{\sin(i_{12} + \phi) \cos \phi}{\cos i_{12}}$$

$$z = h_A \left[1 + \frac{\sin(i_{12} + \phi) \sin \phi}{\cos i_{12}} \right]$$

7.3.2.3 Calcul approximatif de l'interface inclinée, cas deux terrains

Lorsque le pendage est faible et le rapport v_2/v_1 grand, on peut faire une interprétation approximative en interprétant chacune des dromochroniques comme si elles provenaient d'un sous-sol où les réflecteurs sont horizontaux. Ainsi,

$$h_A = \frac{x_{c_1}^-}{2} - \sqrt{\frac{v_2^- - v_1}{v_2^- + v_1}}$$

$$h_B = \frac{x_{c_1}^+}{2} - \sqrt{\frac{v_2^+ - v_1}{v_2^+ + v_1}}$$

et v_2 réel est estimé par

$$2 \frac{v_2^+ v_2^-}{v_2^+ + v_2^-}$$

Le déplacement des points est aussi calculé de la même manière que pour les couches horizontales. Pour des pendages inférieurs à 10% et des rapports v_2/v_1 vrais supérieurs à 5, l'erreur introduite sur les épaisseurs est inférieure à 5%. Pour la vitesse v_2 , l'erreur est inférieure à 10% si le pendage est de moins de 26°.

7.3.2.4 Réfraction pour trois couches horizontales

Si on observe deux ruptures de pente sur la dromochronique (figure 7.15), on est en présence d'un terrain à trois couches. On calcule d'abord l'épaisseur de la première couche avec l'équation (7.56) ou (7.57). Ensuite, on cherche une expression pour h_2 qui sera fonction des paramètres estimés au moyen de la dromochronique, soit v_1 , v_2 , v_3 , x_{c_1} et x_{c_2} .

Il s'agit donc de trouver une expression pour t de l'onde réfractée dans la troisième couche, qui, à x_{c_2} , est égal à t de l'onde réfractée dans la deuxième couche. On notera d'abord que la réfraction critique entre le deuxième et le troisième terrain est liée aux angles i_{13} et i_{23} qui s'expriment

$$\sin i_{13} = \frac{v_1}{v_3}$$

et

$$\sin i_{23} = \frac{v_2}{v_3}$$

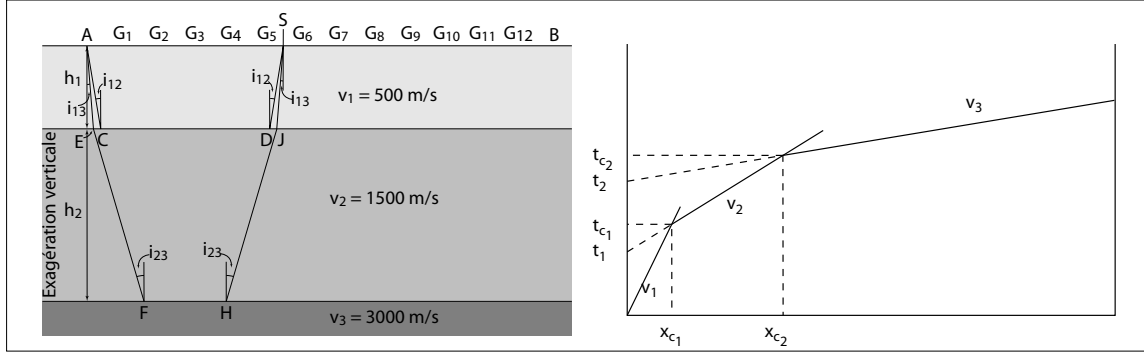


Figure 7.15: Représentation schématique des rais sismiques, pour un cas trois terrains horizontaux.

Pour l'onde réfractée dans la troisième couche, nous avons pour les différents trajets, les valeurs suivantes

$$AE = \frac{h_1}{\cos i_{13}}$$

$$EF = \frac{h_2}{\cos i_{23}}$$

et

$$FH = x_{c_2} - 2(h_1 \tan i_{13} + h_2 \tan i_{23})$$

Le temps de parcours vaut alors

$$t_{c_2} = 2\frac{AE}{v_1} + 2\frac{EF}{v_2} + \frac{FH}{v_3}.$$

Donc

$$t_{c_2} = \frac{x_{c_2}}{v_3} + 2h_1 \left(\frac{1}{\cos i_{13} v_1} - \frac{\tan i_{13}}{v_3} \right) + 2h_2 \left(\frac{1}{\cos i_{23} v_2} - \frac{\tan i_{23}}{v_3} \right)$$

et en simplifiant, nous retrouvons finalement que t_{c_2} est égal à

$$t_{c_2} = \frac{x_{c_2}}{v_3} + \frac{2h_1 \cos i_{13}}{v_1} + \frac{2h_2 \cos i_{23}}{v_2}. \quad (7.58)$$

Le temps de parcours de l'onde réfractée dans le deuxième terrain vaut

$$t_{c_2} = \frac{2AC}{v_1} + \frac{CD}{v_2}.$$

Après manipulations, on trouve

$$t_{c_2} = \frac{2h_1}{v_1 \cos i_{12}} + \frac{x_{c_2}}{v_2} - \frac{2h_1 \tan i_{12}}{v_2}.$$

Les deux relations qui caractérisent t_{c_2} sont égales et en isolant h_2 on trouve

$$h_2 = \frac{x_{c_2}}{2} \sqrt{\frac{v_3 - v_2}{v_3 + v_2}} - h_1 \left(\frac{\cos i_{13} - \cos i_{12}}{\cos i_{23} \sin i_{12}} \right)$$

ou en d'autres termes,

$$h_2 = \frac{x_{c_2}}{2} \sqrt{\frac{v_3 - v_2}{v_3 + v_2}} - h_1 \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v_1}{v_3}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2}}{\sqrt{\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 - \left(\frac{v_1}{v_3}\right)^2}} \quad (7.59)$$

Le second terme de l'équation (7.59) en est un de correction.

Pour la technique des temps d'intersection à l'origine, l'équation (7.57) nous fournit l'épaisseur h_1 et pour le calcul de h_2 , nous considérons le temps t_{c_2} , qui s'exprime par l'équation 7.58. Cette dernière représente l'équation d'une droite de pente $1/v_3$ et d'ordonnée à l'origine égale à

$$\frac{2h_1 \cos i_{13}}{v_1} + \frac{2h_2 \cos i_{23}}{v_2} \quad (7.60)$$

Lorsque $x = 0$, t_2 est égal à l'équation (7.59) et

$$h_2 = \left(\frac{t_2}{2} - \frac{h_1 \cos i_{13}}{v_1} \right) \frac{v_2}{\cos i_{23}}$$

Or, $\cos i_{23} = \frac{\sqrt{v_3^2 - v_2^2}}{v_3}$ et par remplacement nous aurons

$$h_2 = \frac{t_2}{2} \frac{v_2 v_3}{\sqrt{v_3^2 - v_2^2}} - \frac{h_1 \cos i_{13}}{\sin i_{12} \cos i_{23}} \quad (7.61)$$

ou encore

$$h_2 = \frac{t_2 v_2}{2 \cos i_{23}} - \frac{h_1 \cos i_{13}}{\sin i_{12} \cos i_{23}}$$

7.3.2.5 Plusieurs couches parallèles en réfraction

Hypothèses de départ :

1. couches homogènes isotropes ;
2. interfaces parallèles entre elles et à la surface de mesure ;
3. $v_1 < v_2 < v_3 < \dots < v_n$;
4. couches suffisamment épaisses pour qu'elles soient observables.

L'épaisseur de chacune des couches sera donnée par

$$d_k = \frac{x_{k(k+1)}}{2} \sqrt{\frac{v_{k+1} - v_k}{v_{k+1} + v_k}} - \sum_{j=k-1}^1 d_j y_{kj} \quad (7.62)$$

où

- d_k , d_j = épaisseur de la k^e (j^e) couche ;
- $x_{k(k+1)}$ = distance critique i.e. distance à laquelle les rais réfractés sur l'interface k arrivent en surface en même temps que ceux réfractés sur l'interface $k + 1$;
- v_k , v_{k+1} = vitesses de propagation des ondes dans les couches ;
- y_{kj} = facteur de correction calculé par

$$y_{kj} = \frac{\sqrt{1 - x_{kj}^2} - \sqrt{1 - z_{kj}^2}}{\sqrt{z_{kj}^2 - x_{kj}^2}}$$

où $x_{kj} = \frac{v_j}{v_{k+1}}$ et $z_{kj} = \frac{v_j}{v_k}$.

d'après nos hypothèses $0 \leq x_{kj} \leq z_{kj} \leq 1$.

Si on examine le dessin 7.16, on voit que le rai réfracté n'échantillonne pas les interfaces directement à l'aplomb du point de tir, il serait donc dangereux de placer $h_k = \sum_{j=1}^k d_j$ sous le point de tir puisqu'il est possible que l'interface n'existe pas à cet endroit.

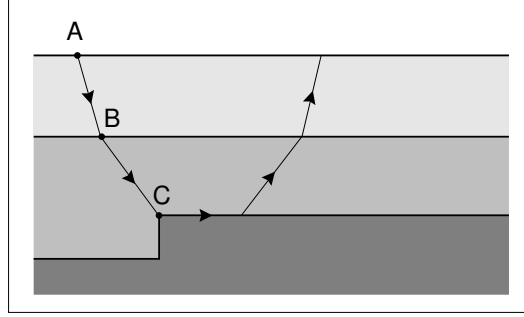


Figure 7.16: Réfraction au dessus d'un terrain irrégulier.

Il faut donc calculer le déplacement à donner au point de profondeur h_k . Il est égal à

$$p_k = \sum_{j=k}^1 d_j \tan i_{jk}$$

et

$$\sin i_{jk} = \frac{v_j}{v_{k+1}}.$$

On peut aussi utiliser la méthode des temps d'intersection. L'épaisseur des couches est alors donnée par

$$d_k = \frac{t_k}{2} \frac{v_k v_{k+1}}{\sqrt{v_{k+1}^2 - v_k^2}} - \sum_{j=k-1}^1 d_j D_{kj} \quad (7.63)$$

où

- d_k, d_j = épaisseur de la k^e (j^e) couche ;
- t_k = l'ordonnée à l'origine de la droite représentant la vitesse de la couche ;
- v_k, v_{k+1} = vitesses de propagation des ondes dans les couches k et $k+1$;
- D_{kj} = facteur de correction calculé par

$$D_{kj} = \sqrt{\frac{1 - x_{kj}^2}{z_{kj}^2 - x_{kj}^2}}$$

où $z_{kj} = \frac{v_j}{v_k}$ et $x_{kj} = \frac{v_j}{v_{k+1}}$.

7.3.2.6 Exemple de calculs en sismique réfraction

Utilisons la dromochronique du tir direct en supposant qu'il s'agit d'un cas de terrain où les couches sont horizontales.

Méthode des distances critiques

On trouve

- $v_1 = 500$ m/s
- $v_2 = 1522$ m/s
- $v_3 = 3991$ m/s
- x_{c1} (ou x_{12}) = 10 m
- x_{c2} (ou x_{23}) = 52.7 m

Nomogramme

Utilisons le nomogramme pour couches multiples et horizontales : avec v_1 et v_2 , on trouve que $C_{12} \approx 0.155$ et $R \approx 0.71$.

Avec R et x_{c_1} , on aura $d_1 \approx 3.8$ m.

v_2 et v_3 donnent $C_{23} \approx 0.19$ et $R \approx 0.665$. R et x_{c_2} donnent $d_2 \approx 17.8$ m.

En appliquant le facteur de correction : $d_2 = 17.8 - 0.155 \times 3.8 = 17.2$ m.

L'utilisation du nomogramme pose certains problèmes :

- la précision est limitée par l'habileté de l'opérateur (lignes droites et minces, précision du transfert de R , précision de la lecture des valeurs, etc.)
- le facteur de correction C est basé sur z_{kj} (i.e. v_j/v_k) seulement et ne tient pas compte de l'effet de x_{kj} (i.e. v_j/v_{k+1}). C'est donc une approximation qui peut-être plus ou moins précise, dépendant des valeurs de d_k et d_j . y_{kj} .

Calcul à l'aide d'abaques

$$d_1 = \frac{x_{c_1}}{2} \sqrt{\frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1}}$$

Connaissant la valeur de v_1 et v_2 , on utilise l'abaque de la figure 18 qui donne la valeur de $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{v_k - v_j}{v_k + v_j}}$ en fonction du rapport v_k/v_j .

Ici $\frac{v_2}{v_1} = 3.04$, ce qui donne

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1}} \approx 0.355$$

d'où $d_1 = x_{c_1} \times 0.355 = 10 \times 0.355 = 3.6$ m.

$$d_2 = \frac{x_{c_2}}{2} \sqrt{\frac{v_3 - v_2}{v_3 + v_2}} - y_{21} d_1$$

$$x_{21} = \frac{v_1}{v_3} = 0.125$$

$$z_{21} = \frac{v_1}{v_2} = 0.329$$

Pour ces deux valeurs, l'abaque du facteur de correction donne $y_{21} = 0.155$.

Avec $v_3/v_2 = 2.62$ on aura $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{v_3 - v_2}{v_3 + v_2}} = 0.335$, d'où $d_2 = 52.7 \text{ m} \times 0.335 - 0.155 \times 3.6 \text{ m} = 17.1$ m.

Calcul direct

$$d_1 = 3.6 \text{ m}$$

$$d_2 = 17.1 \text{ m}$$

Méthode des temps d'intersection

On a

- $v_1 = 500$ m/s

- $v_2 = 1522$ m/s
- $v_3 = 3991$ m/s
- $t_{o_1} = 13$ ms
- $t_{o_2} = 34.5$ ms

Par le nomogramme

On trouve :

avec t_{o_1} et v_1 , et le rapport v_1/v_2 : $d_1 \approx 3.1$ m

avec t_{o_2} et v_2 , et le rapport v_1/v_2 : $d_2 \approx 28.5$ m

avec v_1/v_2 et v_1/v_3 , on peut évaluer $D_{12} \approx 3.4$ (abaque fig. 20)

d'où $d_{2vrai} = 28.5$ m - 3.4×3.1 m = 18.0 m

Par les abaques

$$d_1 = \frac{t_{o_1}}{2} \frac{v_1}{\cos i_{12}}$$

À l'aide de l'abaque de la figure 21 et du rapport v_2/v_1 , on trouve que

$$\frac{1}{2 \cos i_{12}} = 0.528$$

d'où $d_1 = 13 \times 10^{-3}$ s \times 500 m \times 0.528 = 3.4 m.

$$d_2 = \frac{t_{o_2}}{2} \frac{v_2}{\cos i_{23}} - d_1 D_{12}$$

$$\frac{1}{2 \cos i_{23}} = 0.54$$

et $D_{12} = 3.4$ (voir paragraphe plus haut). Donc, $d_2 = 34.5 \times 10^{-3} \times 1522 \times 0.54 - 3.4 \times 3.4 = 16.8$ m.

Calcul direct

$$\begin{aligned} d_1 &= 3.4 \text{ m} \\ d_2 &= 17.2 \text{ m} \end{aligned}$$

Calcul des déplacements

Couche 1 :

$$\begin{aligned} P_1 &= d_1 \tan i_{12} \\ &= d_1 \tan \left(\sin^{-1} \frac{v_1}{v_2} \right) \\ &= 3.4 \tan \left(\sin^{-1} \frac{500}{1522} \right) \\ &= 1.2 \text{ m} \end{aligned}$$

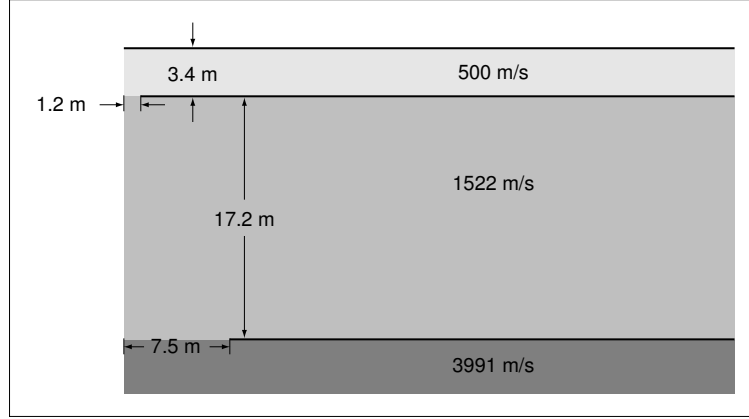


Figure 7.17: Modèle final de l'exemple de la section 7.3.2.6.

$$\begin{aligned}
 P_2 &= d_2 \tan i_{23} + d_1 \tan i_{12} \\
 &= d_2 \tan \left(\sin^{-1} \frac{v_2}{v_3} \right) + d_1 \tan \left(\sin^{-1} \frac{v_1}{v_3} \right) \\
 &= 17.2 \tan \left(\sin^{-1} \frac{1522}{3991} \right) + 3.4 \tan \left(\sin^{-1} \frac{500}{3991} \right) \\
 &= 7.5 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Le modèle final pour l'exemple se trouve à la figure 7.17.

7.3.2.7 Couche cachée

Si $d' = \frac{x_{13}}{2} \sqrt{\frac{v_3 - v_1}{v_3 + v_1}}$, et si v_2 est connu :

– et h_r est connu ($h_r = d_1 + d_2$) :

$$d_1 = \frac{d' \cos i_{12} - h_r \sin i_{11} \cos i_{22}}{\cos i_{12} - \sin i_{11} \cos i_{22}} = \frac{d' - h_r \sqrt{\frac{(v_1/v_2)^2 - (v_1/v_3)^2}{1 - (v_1/v_3)^2}}}{1 - \sqrt{\frac{(v_1/v_2)^2 - (v_1/v_3)^2}{1 - (v_1/v_3)^2}}}$$

$$d_2 = h_r - d_1$$

– d_1 est connu :

$$d_2 = (d' - d_1) \frac{\cos i_{12}}{\sin i_{11} \cos i_{22}} = (d' - d_1) \sqrt{\frac{1 - (v_1/v_3)^2}{(v_1/v_2)^2 - (v_1/v_3)^2}}$$

– d_2 est connu :

$$d_1 = d' - d_2 \frac{\sin i_{11} \cos i_{22}}{\cos i_{12}} = d' - d_2 \sqrt{\frac{(v_1/v_2)^2 - (v_1/v_3)^2}{1 - (v_1/v_3)^2}}$$

Si v_2 n'est pas connu, mais d_1 et d_2 sont connus :

$$v_2 = \frac{v_1 d_2}{\sqrt{(d' - d_1)^2 \cos^2 i_{12} + d_2^2 \sin^2 i_{12}}}$$

$$v_2 = \frac{v_1 d_2}{\sqrt{(d' - d_1)^2 [1 - (v_1/v_3)^2] + d_2^2 (v_1/v_3)^2}}$$

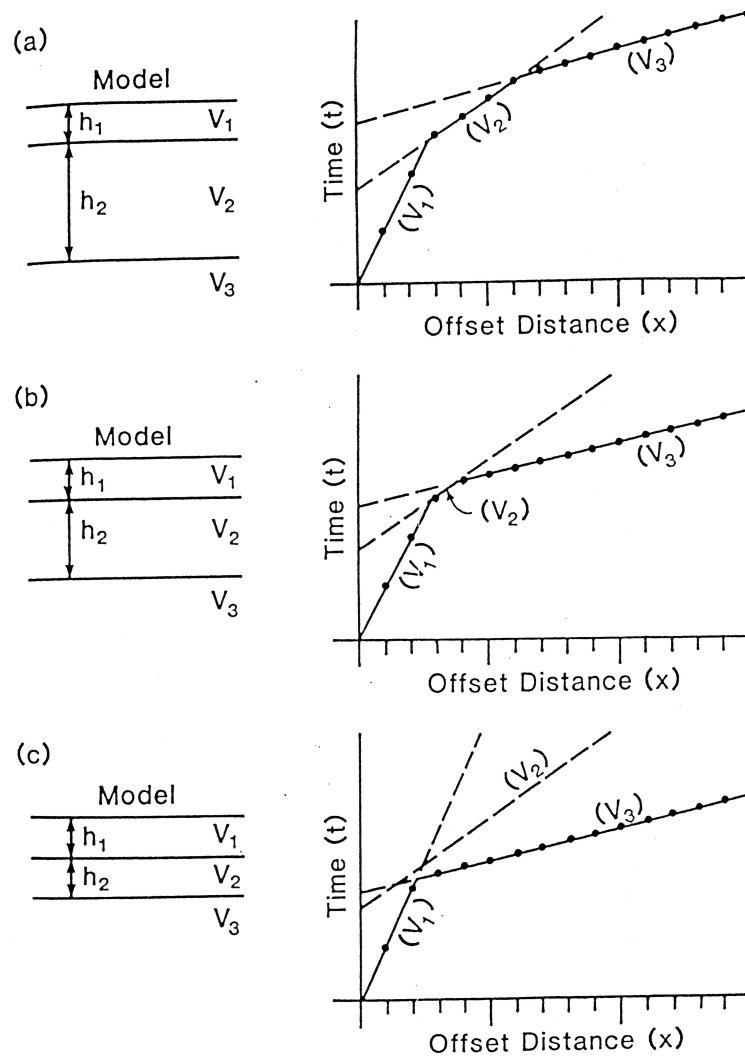


Figure 7.18: Dromochroniques illustrant l'effet de l'épaisseur de la deuxième couche.

7.3.2.8 Correction pour la profondeur de tir

Cette correction est applicable lorsque la source est une charge explosive détonnée à une profondeur h , en général dans le premier terrain. Il faut alors en tenir compte pour calcul de v_1 et de h_1 .

L'onde directe voyage selon $x' = \sqrt{x^2 + h^2}$ (voir figure 7.19). Si la profondeur h est beaucoup plus grande que x , la vitesse v_1 doit être calculé avec x' selon

$$v_1 = \frac{t_{AG_1}}{x'}$$

Lorsque le tir a lieu à la profondeur h , le temps nécessaire à l'onde pour atteindre le point E est diminué de

$$\begin{aligned} t' &= \frac{AE - CD}{v_1} - \frac{DE}{v_2} \\ &= \frac{h}{\cos i_{12}} \left(\frac{1}{v_1} - \frac{\sin i_{12}}{v_2} \right). \end{aligned}$$

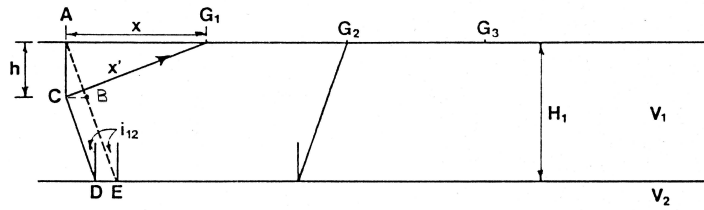
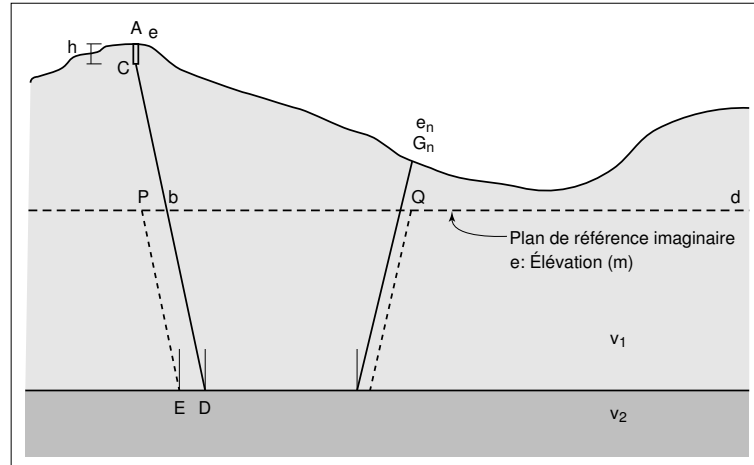


Figure 7.19: Correction pour la profondeur de tir.

Figure 7.20: Correction topographique pour un plan de référence passant dans le terrain de vitesse v_1 .

Les temps d'arrivée de l'onde réfractée ont donc été réduits à chacun des géophones d'un temps constant égal à t' . Si la formule des temps d'intercepte est utilisée pour déterminer h_1 , la profondeur est sous-estimée de

$$\begin{aligned} \Delta h &= \frac{t' v_1}{2 \cos i_{12}} \\ &= \frac{h}{2} \left[\frac{1}{\cos i_{12} v_1} - \frac{\tan i_{12}}{v_2} \right] \frac{v_1}{\cos i_{12}} \\ &= \frac{h}{2} \left[\frac{1}{\cos^2 i_{12}} - \frac{\sin i_{12}}{\cos^2 i_{12}} \frac{v_1}{v_2} \right] \\ &= \frac{h}{2} \left[\frac{1 - \sin^2 i_{12}}{\cos^2 i_{12}} \right] \\ &= \frac{h}{2}. \end{aligned}$$

L'épaisseur h_1 calculée par la méthode des temps d'intercepte ou des distances critiques doit être accrue de $h/2$.

7.3.2.9 Corrections de topographie

Si la topographie est importante, on la doit connaître avec exactitude pour corriger les dromochroniques.

Soit le cas où on place un plan de référence dans le premier terrain. On fixe la référence comme

l'élévation d dans le premier terrain de vitesse v_1 . Soient un tir A et un géophone G_n aux points P et Q sur le plan de référence.

ΔT est la différence entre les trajets vrai CD et fictif PED

$$\begin{aligned}
 \Delta T &= \frac{CD}{v_1} - \frac{PE}{v_1} - \frac{ED}{v_2} \\
 &= \frac{Cb}{v_1} - \frac{ED}{v_2} \\
 &= \frac{Cb}{v_1} - \frac{Pb}{v_2} \\
 &= \frac{(e-h-d)}{\cos i_{12} v_1} - \frac{(e-h-d) \tan i_{12}}{v_2} \\
 &= (e-h-d) \left[\frac{1}{\cos i_{12} v_1} - \frac{\sin i_{12}}{v_2 \cos i_{12}} \right] \\
 &= \frac{(e-h-d)}{\cos i_{12}} \left[\frac{1}{v_1} - \frac{v_1}{v_2^2} \right] \\
 &= \frac{(e-h-d)v_2}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}} \left[\frac{v_2^2 - v_1^2}{v_1 v_2^2} \right]
 \end{aligned}$$

Le temps de délai au tir est donc

$$\Delta T = \frac{(e-h-d)\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{v_1 v_2},$$

alors que sous un géophone

$$\Delta T_n = \frac{(e_n - d)\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{v_1 v_2}.$$

La correction totale à appliquer à chacun des temps d'arrivée est ainsi

$$\Delta T + \Delta T_n = \frac{(e-h + e_n - 2d)\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{v_1 v_2} \quad (7.64)$$

Soit maintenant le cas où le plan de référence est dans la deuxième couche v_2 .

correction d'élévation, premier terrain, profondeur de tir, portion de terrain comprise entre le toit du second terrain et le plan de référence

Les temps observés pour une réfraction du troisième terrain sont réduits de cette équation. Il faut connaître l'épaisseur sous les géophones avec de petits levés sismiques.

7.3.2.10 Méthode de Hawkins

Les méthodes vues à présent ne permettent d'obtenir que les épaisseurs des couches dans le voisinage du point de tir. La méthode de Hawkins (1961) permet de calculer des épaisseurs intermédiaires sous les géophones.

Démonstration

Prenons l'exemple où on cherche à déterminer l'épaisseur du premier terrain, sous le 8^e géophone, notée $h_1 G_8$, tel qu'illustré à la figure 7.21.

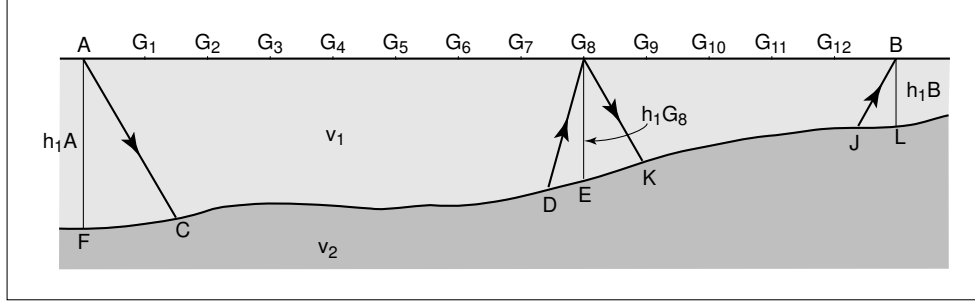


Figure 7.21: Représentation schématique du trajet normal et du trajet inverse, pour le calcul de l'épaisseur par la méthode des temps de délais.

On définit le temps de délai comme la différence entre le temps pris par une onde sismique pour voyager dans un milieu (v_1) et le temps pris pour parcourir une distance équivalente à la projection du rai sur l'interface séparant deux milieux et ce à la vitesse du marqueur (v_2). Ainsi, au point A, on a par définition

$$\Delta t_A = \frac{AC}{v_1} - \frac{FC}{v_2}, \quad (7.65)$$

et au géophone 8 on a

$$\begin{aligned} \Delta t_{G_8} &= \frac{DG_8}{v_1} - \frac{DE}{v_2} \\ &= \frac{h_1 G_8}{\cos i_{12} v_1} - \frac{h_1 G_8 \tan i_{12}}{v_2}, \end{aligned}$$

d'où en simplifiant

$$h_1 G_8 = \frac{\Delta t_{G_8} v_1}{\cos i_{12}}. \quad (7.66)$$

Considérons maintenant le temps de délai total pour l'onde réfractée du point de tir A au géophone 8 (figure 7.21). Par définition, il vaut

$$\Delta t_{AG_8} = t_{AG_8} - \frac{AG_8}{v_2} \quad (7.67)$$

où t_{AG_8} est le temps de trajet total du point de tir A au géophone 8 (figure 7.22). Or, on montre que

$$\begin{aligned} \Delta t_{AG_8} &= \frac{AC}{v_1} + \frac{CD}{v_2} + \frac{DG_8}{v_1} - \frac{AG_8}{v_2} \\ &= \frac{AC}{v_1} + \frac{CD}{v_2} + \frac{DG_8}{v_1} - \left[\frac{FC}{v_2} + \frac{CD}{v_2} + \frac{DE}{v_2} \right] \\ &= \Delta t_A + \Delta t_{G_8} \end{aligned} \quad (7.68)$$

et en combinant (7.67) et (7.68), on trouve

$$\Delta t_{G_8} = t_{AG_8} - \frac{AG_8}{v_2} - \Delta t_A \quad (7.69)$$

donc si Δt_A était connu, Δt_{G_8} pourrait être calculé et conséquemment $h_1 G_8$.

Comment déterminer Δt_{G_8} ? Considérons les dromochroniques des tirs directs et inverses de la figure 7.22. Il faut noter que les tirs direct et inverse *doivent* être effectués à la même distances des

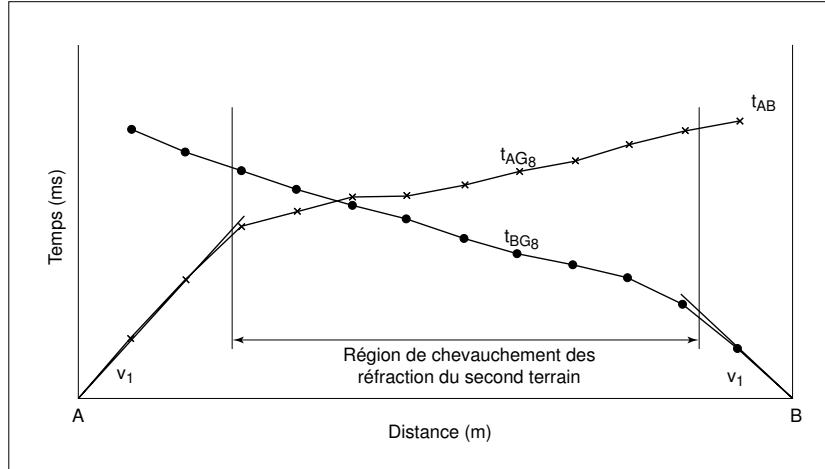


Figure 7.22: Dromochroniques pour un cas deux terrains, dont le toit du second présente une surface irrégulière.

extrémités de la flûte de géophones. Le temps total t_{AB} doit aussi égal t_{BA} . À partir de (7.69), on peut écrire

$$t_{AG_8} = \Delta t_{G_8} + \Delta t_A + \frac{AG_8}{v_2}; \quad (7.70)$$

$$t_{BG_8} = \Delta t_{G_8} + \Delta t_B + \frac{AB - AG_8}{v_2}; \quad (7.71)$$

$$t_{AB} = \Delta t_A + \Delta t_B + \frac{AB}{v_1}. \quad (7.72)$$

En combinant (7.70), (7.71) et (7.72)

$$t_{AG_8} + t_{BG_8} = 2\Delta t_{G_8} + t_{AB}$$

d'où

$$\Delta t_{G_8} = \frac{1}{2} [t_{AG_8} + t_{BG_8} - t_{AB}].$$

Donc, en connaissant v_1 et v_2 (que l'on détermine par la méthode pour un plan incliné) et le délai à chaque géophone, on peut calculer la profondeur de l'interface avec la relation (7.66).

Si on généralise

$$h_1 G_n = \frac{\Delta t_{G_n} v_1}{\cos i_{12}}$$

$$\Delta t_{G_n} = \frac{1}{2} [t_{AG_n} + t_{BG_n} - t_{AB}]$$

Pour un cas à 3 couches

$$h_2 G_n = \left(\Delta t_{2G_n} - \frac{h_1 G_n \cos i_{13}}{v_1} \right) \frac{v_2}{\cos i_{23}}$$

$\Delta t_{2G_n} = \Delta(h_1 + h_2)$ = temps de délai combiné pour le premier et le deuxième milieux

$\frac{h_1 G_n \cos i_{13}}{v_1}$ = temps de délai pour le premier milieu, associé à la réfraction du toit du

troisième milieu au géophone n . Terme correcteur associé à h_1 .

Détermination de la vitesse vraie

- par la méthode des délais :
Calculer le temps de délai pour chacun des géophones et le retrancher du temps d'arrivée. La pente de la droite des points passant par le plus grand nombre de points donne la vitesse vraie du marqueur.
- La mise en graphe des différences des temps d'arrivée donne la demi-vitesse vraie du marqueur. Cela permet de vérifier si les temps de réfraction que nous considérons proviennent tous du même marqueur. Si ce n'est pas le cas, il est difficile de joindre par une seule droite les points calculés. Ceci est indicatif du fait que nous prenons des réfractions provenant de deux milieux différents.

7.3.3 Sismique réflexion

7.4 Mise en oeuvre

7.4.1 Sismique réfraction

Une information suffisante sur la propagation de l'onde sismique est obtenue, et une couverture raisonnable est atteinte si la longueur de la flûte de géophones est environ trois fois la distance critique. Une règle simple, mais souvent inexacte, est d'utiliser une longueur de flûte égale à huit fois la profondeur d'investigation. Par ailleurs, il peut être nécessaire de réduire l'écartement entre les géophones pour obtenir un nombre suffisant de points pour mesurer avec précision la vitesse de couches intermédiaires.

Dans la plupart des levés de sismique réfraction, des *tirs rapprochés* sont effectués très près des extrémités de la flûte. L'interprétation se trouve simplifiée si ces tirs sont directement à la position des géophones des extrémités. Cependant, ces géophones sont dans la pratique déplacés d'un demi espacement afin d'éviter les dommages et pour mieux estimer la vitesse dans la première couche.

Des *tirs éloignés* peuvent également être effectués, à une distance suffisante pour que la totalité des premières arrivées aient voyagées par la couche réfractante. Cette distance est estimée à partir des tirs rapprochés. Les tirs éloignés apportent une information précieuse, et permettent par exemple de discriminer un cas trois couches d'un cas deux couches avec variation latérale dans la deuxième couche (voir figure 7.23).

La configuration comportant des tirs rapprochés et des tirs éloignés est connue sous le nom anglaise de *four-shot pattern*. Une autre configuration courante, connue sous l'appellation ABC, consiste à utiliser les tirs rapprochés avec un tir central.

Le tir central est entre autre utile lorsque des différences apparaissent à l'interprétation aux extrémités de la flûte, en particulier si ces différences semble indiquer un nombre différent de marqueurs. On peut ainsi mettre en lumière l'amincissement d'une couche qui est rendu invisible à une des deux extrémités. Le tir central peut évidemment être incorporé à la configuration *four-shot*.

7.4.2 Détecteurs

Les perturbations sismiques sont détectées par des *géophones* ou des *sismomètres*. Les derniers terme est utilisé en sismologie et se reporte à des géophones de longues périodes.

Le principe à la base du géophone est très simple : le déplacement relatif d'une bobine par rapport à un champ magnétique (aimant) produit aux bornes de la bobine une différence de potentiel, proportionnelle en amplitude à la variation de flux magnétique et de fréquence égale à elle du mouvement (déplacement produit).

$$\varepsilon = \frac{\partial}{\partial t}(A.B) \quad (7.73)$$

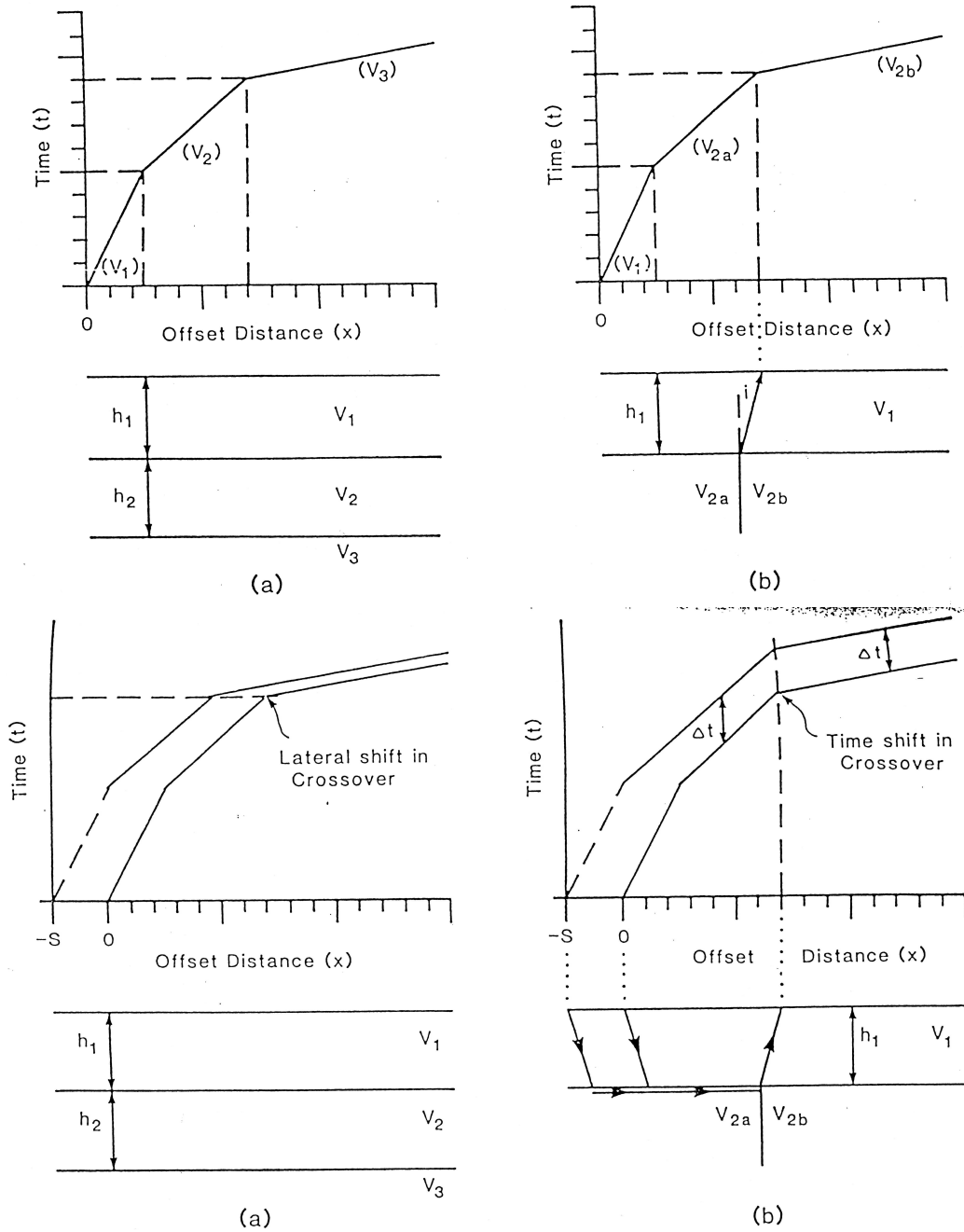


Figure 7.23: Illustration de l'information apportée par un tir éloigné.

La sortie électrique du géophone est amplifiée (et filtrée si nécessaire) et enregistrée au sismographe.

Les gammes de fréquence utilisées en exploration vont de 2 à 100 Hz, alors qu'en sismologie, on utilise des fréquences plus basses (1 à 10^{-4} Hz).

7.4.3 Sources

Pour des levés à petite échelle, une masse de 2-3 kg s'avère une source très versatile. L'efficacité de ce type de source dépend des conditions de surface, ainsi que de l'habileté de l'opérateur. En général, la masse peut être utilisée pour des flûtes de 10-20 mètres de long, mais s'avère trop faible au delà de 50 m. La masse est dirigée vers une plaque d'acier de 2 cm posée au sol. La plaque améliore la répétabilité du signal.

Des sources de type *buffalo gun* ou *betty gun* peuvent être utilisés si la masse s'avère d'énergie trop faible.

Références

- Corwin, R. F.** (1990). The self-potential method for environmental and engineering applications. Dans *Geotechnical and Environmental Geophysics, volume 1*, édité par S. Ward, no. 5 dans Investigations in Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, pp. 127–145.
- Dix, C. H.** (1952). *Seismic Prospecting for Oil*. Harper & Brothers, New York.
- Hawkins, L.** (1961). The reciprocal method of interpreting seismic refraction lines. *Geophysics*, 26, 806–819.
- Keary, P. et M. Brooks** (1991). *An Introduction to Geophysical Exploration*. Blackwell Scientific Publications, 2^e édn.
- Mari, J.-L., G. Arens, D. Chapellier et P. Gaudiani** (1998). *Géophysique de gisement et de génie civil*. Éditions Technip, Paris.
- Reynolds, J. M.** (1997). *An Introduction to Applied and Environmental Geophysics*. Wiley, Chichester, UK.
- Sato, M. et H. M. Mooney** (1960). The electrochemical mechanism of sulfide self potentials. *Geophysics*, 25, 226–249.
- Sheriff, R. E. et L. P. Geldart** (1995). *Exploration Seismology*. Cambridge University Press, 2^e édn.
- Telford, W. M., L. P. Geldart et R. E. Sheriff** (1990). *Applied Geophysics*. Cambridge University Press, 2^e édn.

A Résistivités de différents minéraux et roches

Tableau A.1: Résistivités de différentes roches en fonction de la teneur en eau

Roche	% H ₂ O	ρ (Ωm)	Roche	% H ₂ O	ρ (Ωm)
Pélite	0.54	1.5×10^4	Pyrophyllite	0.76	6×10^6
Pélite	0.44	8.4×10^6	Pyrophyllite	0.72	5×10^7
Pélite	0.38	5.6×10^8	Pyrophyllite	0.7	2×10^8
Pélite à grain grossier	0.39	9.6×10^5	Pyrophyllite	0	10^{11}
Pélite à grain grossier	0.18	10^8	Granite	0.31	4.4×10^3
Pélite à grain moyen	1.0	4.2×10^3	Granite	0.19	1.8×10^6
Pélite à grain moyen	1.67	3.2×10^6	Granite	0.06	1.3×10^8
Pélite à grain moyen	0.1	1.4×10^8	Granite	0	10^{10}
Grauwacke	1.16	4.7×10^3	Diorite	0.02	5.8×10^5
Grauwacke	0.45	5.8×10^4	Diorite	0	6×10^6
Grès feldspathique	1.26	10^3	Basalt	0.95	4×10^4
Grès feldspathique	1.0	1.4×10^3	Basalt	0.49	9×10^5
Calcaire organique	11	0.6×10^3	Basalt	0.26	3×10^7
Dolomie	2	5.3×10^3	Basalt	0	1.3×10^8
Dolomie	1.3	6×10^3	Olivine-pyrox.	0.028	2×10^4
Dolomie	0.96	8×10^3	Olivine-pyrox.	0.014	4×10^5
Péridotite	0.1	3×10^3	Olivine-pyrox.	0	5.6×10^7
Péridotite	0.03	2×10^4			
Péridotite	0.016	10^6			
Péridotite	0	1.8×10^7			

Tableau A.2: Résistivités de différents minerais

Minéral	Autres minéraux	Gangue	ρ (Ωm)
Pyrite			
18%	2% (cuivre)	80%	300
40%	20%	40%	130
60%	5% (ZnS) + 15%	20%	0.9
75%	10% (ZnS) + 5%	10%	0.14
95%	5% (ZnS)		1.0
95%		5%	7.0
Pyrrhotite			
41%		59%	2.2×10^{-4}
58%		42%	2.3×10^{-4}
79%		21%	1.4×10^{-5}
82%		18%	8.5×10^{-5}
95%		5%	1.4×10^{-5}
Sb ₂ S ₃ dans du quartz			$4.0 \times 10^3 - 3.0 \times 10^7$
FeAsS 60%	FeS 20%	20% SiO ₂	0.39
FeAsS			$10^{-4} - 10^{-2}$
Cu ₅ FeS ₄			3×10^{-3}
Cu ₅ FeS ₄ 40%		60% SiO ₂	7×10^{-2}
Fe, Mn, WO ₄ 80%			2×10^4
Fe, Mn, WO ₄	CoAsS		$10^3 - 10^7$
PbS massif			7×10^{-2}
PbS, presque massif			0.8
PbS, 50-80%			$10^{-2} - 3$
Fe ₂ O ₃			0.1 - 300
Fe ₂ O ₃ , massif			2.5×10^3
Fer			
Fe ₃ O ₄ 60%			45
75% oxyde de fer brun		25%	$2 \times 10^4 - 8 \times 10^5$
Fe ₃ O ₄			$5 \times 10^3 - 8 \times 10^3$
Zinc			
30%	5% PbS, 15% FeS	50%	0.75
80%	10% PbS, 10% FeS		1.7×10^3
90%	5% PbS	5%	130
Ardoise graphitique			0.13
Graphite, massif			$10^{-4} - 5 \times 10^{-3}$
MoS ₂			$2 \times 10^2 - 4 \times 10^3$
MnO ₂ minéral colloïdal			1.6
Cu ₂ S			3×10^{-2}
CuFeS ₂			$10^{-4} - 1$
CuFeS ₂ 80%	10% FeS	10%	0.66
CuFeS ₂ 90%	2% FeS	8% SiO ₂	0.65
FeCr ₂ O ₄			10^3
FeCr ₂ O ₄ 95%		5% Serp.	1.2×10^4

Tableau A.3: Résistivités de différentes roches

Type de roche	Gamme de résistivité (Ωm)
Granite	$3 \times 10^2 - 10^6$
Granite porphyre	4.5×10^3 (humide) – 1.3×10^6 (sec)
Feldspath porphyre	4×10^3 (humide)
Albite	3×10^2 (humide) – 3.3×10^3 (sec)
Syénite	$10^2 - 10^6$
Diorite	$10^4 - 10^5$
Diorite porphyre	1.9×10^3 (humide) – 2.8×10^4 (sec)
Porphyrite	$10 - 5 \times 10^4$ (humide) – 3.3×10^3 (sec)
Porphyre Carbonaté	2.5×10^3 (humide) – 6×10^4 (sec)
Quartz porphyre	$3 \times 10^2 - 9 \times 10^5$
Quartz diorite	$2 \times 10^4 - 2 \times 10^6$ (humide) – 1.8×10^5 (sec)
Porphyre (divers)	$60 - 10^4$
Dacite	2×10^4 (humide)
Andésite	4.5×10^4 (humide) – 1.7×10^2 (sec)
Diabase porphyre	10^3 (humide) – 1.7×10^5 (sec)
Diabase (divers)	$20 - 5 \times 10^7$
Laves	$10^2 - 5 \times 10^4$
Gabbro	$10^3 - 10^6$
Basalte	$10 - 1.3 \times 10^7$ (sec)
Olivine norite	$10^3 - 6 \times 10^4$ (humide)
Péridotite	3×10^3 (humide) – 6.5×10^3 (sec)
Cornéenne	8×10^3 (humide) – 6×10^7 (sec)
Schists (calcaire et mica)	$20 - 10^4$
Tufs	2×10^3 (humide) – 10^5 (sec)
Graphite schist	$10 - 10^2$
Ardoises (diverses)	$6 \times 10^2 - 4 \times 10^7$
Gneiss (divers)	6.8×10^4 (humide) – 3×10^6 (sec)
Marbre	$10^2 - 2.5 \times 10^8$ (sec)
Skarn	2.5×10^2 (humide) – 2.5×10^8 (sec)
Quartzites (diverses)	$10 - 2 \times 10^8$
Shales consolidés	$20 - 2 \times 10^3$
Argilites	$10 - 8 \times 10^2$
Conglomérés	$2 \times 10^3 - 10^4$
Grès	$1 - 6.4 \times 10^8$
Calcaires	$50 - 10^7$
Dolomie	$3.5 \times 10^2 - 5 \times 10^3$
Argile humide non consolidée	20
Marnes	3 – 70
Argiles	1 – 100
Alluvions et sables	10 – 800
Sables bitumineux	4 – 800

Tableau A.4: Résistivités de différents minéraux

Minéral	Formule	Résistivité (Ωm)	
		Gamme	Moyenne
Braunite	Mn_2O_3	0.16 – 1.2	
Cuprite	Cu_2O	10^{-3} – 300	30
Chromite	FeCr_2O_4	1 – 10^6	
Oligiste	Fe_2O_3		6×10^{-3}
Hermitite	Fe_2O_3	3.5×10^3 – 10^7	
Limonite	$2\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$	10^3 – 10^7	
Magnétite	Fe_3O_4	5×10^5 – 5.7×10^3	
Ilménite	FeTiO_3	10^{-3} – 50	
Wolframite	Fe, Mn, WO_4	10 – 10^5	
Manganite	MnO(OH)	10^{-2} – 0.3	
Pyrolusite	MnO_2	5×10^{-3} – 10	
Quartz	SiO_2	4×10^{10} – 2×10^{14}	
Cassitérite	SnO_2	4×10^4 – 10^4	0.2
Rutile	TiO_2	30 – 1000	500
Uraninite (Pitchblende)	UO_2	1 – 200	
Anhydrite	CaSO_4		10^9
Calcite	CaCO_3		2×10^{12}
Fluorite	CaF_2		8×10^{13}
Sidérite	$\text{Fe}_2(\text{CO}_3)_3$		70
Sel gemme	NaCl	30 – 10^{13}	
Sylvite	KCl	10^{11} – 10^{12}	
Diamant	C	10 – 10^{14}	
Serpentine		2×10^2 – 3×10^3	
Hornblende		2×10^2 – 10^6	
Mica		9×10^2 – 10^{14}	
Biotite		2×10^2 – 10^6	
Phlogopite		10^{11} – 10^{12}	
Charbon bitum.		0.6 – 10^5	
Charbons (divers)		10 – 10^{11}	
Anthracite		10^{-3} – 2×10^5	
Lignite		9 – 200	
Argile réfractaire			30
Eau atmosphérique		30 – 10^3	
Eau superficielle (roches ign.)		0.1 – 3×10^3	
Eau superficielle (sédiments)		10 – 100	
Soil waters			100
Natural waters (roches ign.)		0.5 – 150	9
Natural waters (sédiments)		1 – 100	3
Eau de mer			0.2
Eau salée, 3%			0.15
Eau salée, 20%			0.05

B Propriétés utiles en sismique

Figure B.1: Exemples de vitesse sismique et de densité.

Nature des terrains	Vitesse P (m/s)	Vitesse S (m/s)	Masse volumique (g/cm ³)	Masse volumique du cristal constitutif (g/cm ³)
Éboulis, terre végétale	300-700	100-300	1,7-2,4	—
Sables secs	400-1 200	100-500	1,5-1,7	Quartz 2,65
Sables humides	1 500-2 000	400-600	1,9-2,1	Quartz 2,65
Argiles saturées	1 100-2 500	200-800	2,0-2,4	—
Marnes	2 000-3 000	750-1 500	2,1-2,6	—
Série argilo-gréseuse saturée . . .	1 500-2 200	500-750	2,1-2,4	—
Grès poreux et saturés	2 000-3 500	800-1 800	2,1-2,4	Quartz 2,65
Calcaires	3 500-6 000	2 000-3 300	2,4-2,7	Calcite 2,71
Craie	2 300-2 600	1 100-1 300	1,8-2,3	Calcite 2,71
Sel	4 500-5 500	2 500-3 100	2,1-2,3	Halite 2,1
Anhydrite	4 000-5 500	2 200-3 100	2,9-3	—
Dolomie	3 500-6 500	1 900-3 600	2,5-2,9	(Ca, Mg)CO ₃ 2,8-2,99
Granite	4 500-6 000	2 500-3 300	2,5-2,7	—
Basalte	5 000-6 000	2 800-3 400	2,7-3,1	—
Gneiss	4 400-5 200	2 700-3 200	2,5-2,7	—
Charbon	2 200-2 700	1 000-1 400	1,3-1,8	—
Eau	1 450-1 500	—	1	—
Glace	3 400-3 800	1 700-1 900	0,9	—
Huile	1 200-1 250	—	0,6-0,9	—

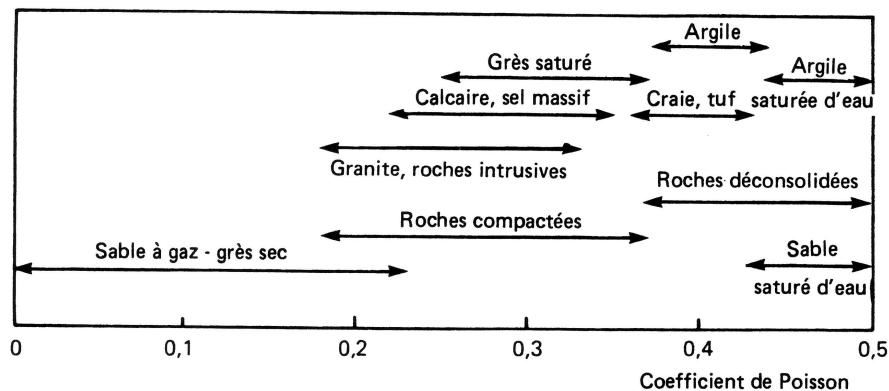


Figure B.2: Ordre de grandeur du coefficient de Poisson.

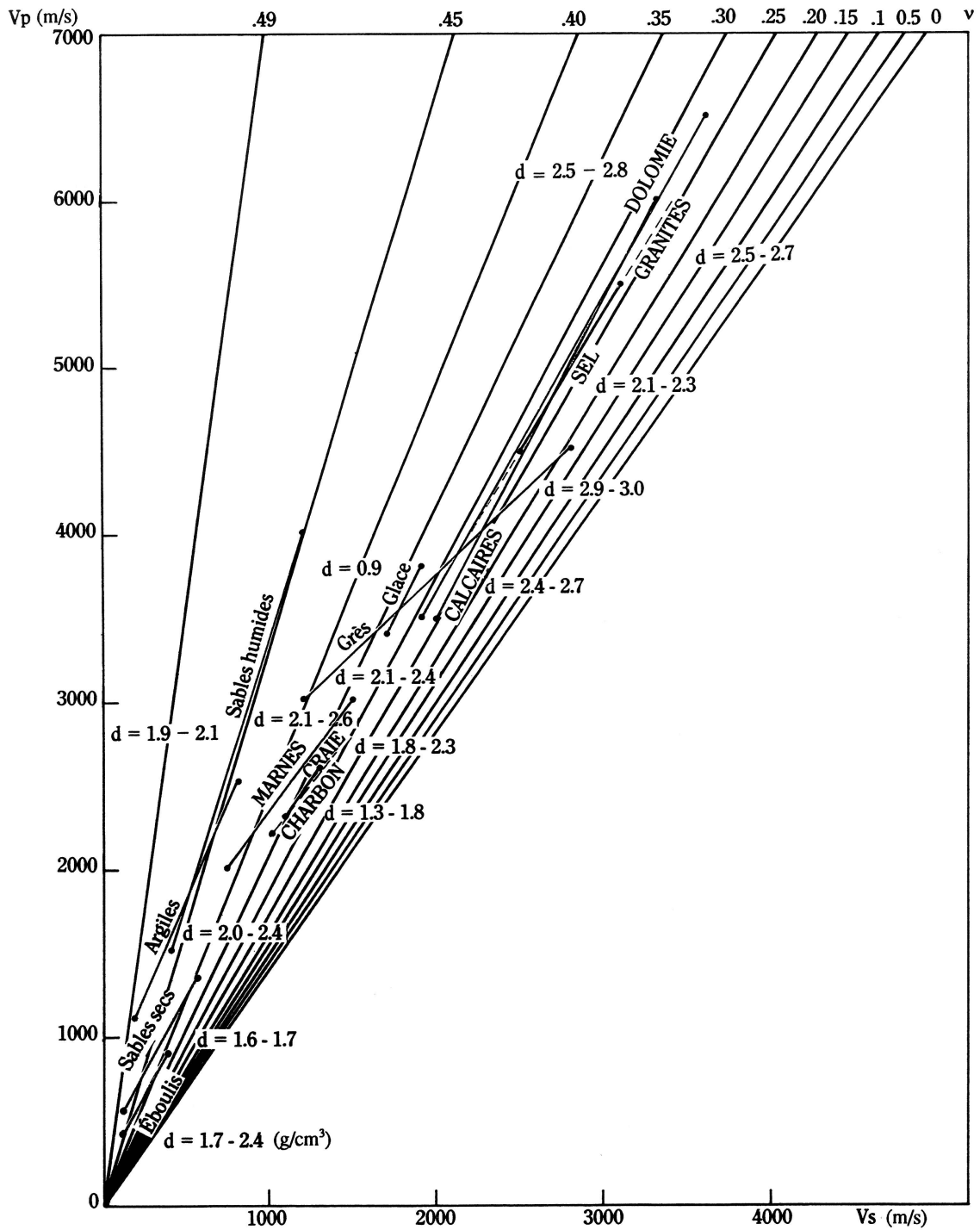


Figure B.3: Ordre de grandeur du coefficient de Poisson en fonction de la vitesse sismique.

Index

- Émetteur
 - dipolaire, 88
 - en forme de fil, 86
 - rectangulaire, 87
 - T.B.F., 86
- Équivalence, principe d', 31
- À-coup de prise, 33

- Absorption, 112
- Archie, formule d', 12

- Biot-Savart, loi de, 76, 85

- Chargeabilité, 44
- Coefficient d'anisotropie, 33
- Compressibilité, 102
- Conductance longitudinale, 32
- Conductivité électrique, 11
- Configuration d'électrodes
 - dipôle-dipôle, 37
 - gradient, 38
 - pôle-dipôle, 35
 - Schlumberger, 37
 - Wenner, 37
- Contrainte, 103

- Déformation, 104
 - de cisaillement, 105
 - en compression, 103
- Délai, temps de, 129
- Diagraphies, 63
- Divergence géométrique, 112
- Dromochronique, 116

- E.M.H., 94
- Effet de fréquence, 47
- Effet de peau, 82

- Facteur métal, 49

- Géophone, 131

- Hawkins, méthode de, 128
- Helmholtz, équation d', 82
- Hodochrone, 116
- Hooke, loi de, 106
- Huygens, principe de, 113

- Image des sources, 23

- Kirchhoff, loi de, 76

- Lamé, constante de, 102
- Lignes équipotentielles, 38
- Lissajous, figure de, 79

- Maxwell, équations de, 81
- Mise-à-la-masse, 39

- Ohm, loi d', 11
- Onde
 - de Love, 112
 - de Rayleigh, 111
 - P, 110
 - S, 111

- Paramètre d'induction, 90
- Poisson, coefficient de, 102, 106
- Polarisation provoquée, 41–61
- Polarisation spontanée, 5–10
- Potentiel
 - électrocinétique, 5
 - d'électrode, 41
 - de contact électrolytique, 6
 - de diffusion, 5
 - de membrane, 6, 42
 - de minéralisation, 6
 - de Nernst, 5
- Pots-poreux, 8
- Profondeur de pénétration, 82
- Pylaev, diagramme de, 31

- Réflexion, 113
- Réfraction, 114
- Résistance transversale, 31
- Résistivité électrique, 11
- Rigidité, module de, 102, 106

- Section géoélectrique, 31
- Similitude, lois de
 - électrique, 28
 - électromagnétisme, 83
- Sismomètre, 131
- Snell, loi de, 114

Sondages électriques, 26

T.B.F., 91

T.B.F., émetteur, 86

Tir

 éloigné, 131

 central, 131

 rapproché, 131

Traînés électriques, 34

Young, module d', 102, 105